

エレクトロニクス 講義資料

第5章：伝送線 (v2)

鶴 剛 (tsuru@cr.scphys.kyoto-u.ac.jp)

Chap5_CoaxialCable_v2

単純な一本線による信号伝達(I)

上記で示した通り、高周波を含む信号波形(例えば数 MHz 以上のフーリエ成分を有する)を歪めることなく伝送するのはそれほど簡単ではなく、例えば裸の電線で作った場合、信号は回路だけを通らず、電波となって空間に飛び出してしまったりする。これは周波数が高くなるほど顕著になる。

インダクタンスによるインピーダンス

半径 a の芯線を内径 b の外部導体で包んだ同軸ケーブルの単位長さ当たりのインダクタンスは、

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a)$$

裸の芯線の場合は $b \rightarrow \infty$ となり、log 的に発散することとなる

実際にはまわりに色々な物体があるので、 $\ln(b/a) \sim 1$ と粗く近似すると、

$$L \sim \frac{\mu}{2\pi} = 2 \times 10^{-7} \text{H/m} = 0.2 \mu\text{H/m}$$

$f = 1\text{MHz}$, 及び $f = 1\text{GHz}$ に対するインピーダンスとしては、1m 当たり

$$\begin{aligned} |Z| = |i\omega L| &\sim 1.3\Omega/\text{m} \quad f = 1\text{MHz} \\ &\sim 1.3\text{k}\Omega/\text{m} \quad f = 1\text{GHz} \end{aligned}$$

静電容量によるインピーダンス

半径 a の芯線を内径 b の外部導体で包んだ同軸ケーブルの単位長さ当たりの静電容量 C は、

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)}$$

裸の芯線の場合は $b \rightarrow \infty$ となり、log 的に発散することとなる

実際にはまわりに色々な物体があるので、 $\ln(b/a) \sim 1$ と粗く近似すると、

$$C \sim 2\pi\epsilon = 56 \times 10^{-12} \text{F/m} = 56 \text{pF/m} \quad (\text{インダクタンス同様にインピーダンスを求めてみよう})$$

単に配線をしたと思っても、周りの環境で pF 程度の容量が自然に出来てしまう

これを浮遊容量と呼ぶ。配線に抵抗がある場合は、ローパスフィルタとして働く。

単純な一本線による信号伝達(2)

電波による放射

一般に電線を振動電流が流れている場合、電磁波が放射されることになる。

太さ無限小、長さ dl の電線に周波数 f の

電流 $I_0 \exp(i\omega t)$, $2\pi f = \omega$ が流れる場合、 dl と放射方向のなす角度 θ 、距離 r で観測される

電波強度 (ポインティングベクトル) と全放射電力は、

$$\vec{P} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H} \qquad P(\theta) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{1}{8} \left(\frac{Idl}{\lambda r} \right)^2 \sin^2 \theta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{1}{8} \left(\frac{fIdl}{cr} \right)^2 \sin^2 \theta$$

$$P_{\text{tot}} = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left(\frac{fIdl}{c} \right)^2 \qquad \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi = 377\Omega$$

$f = 1\text{MHz}$ および $f = 1\text{GHz}$ 、電流 $I = 1\text{A}$ の場合は $dl = 1\text{m}$ 当たり

$$P_{\text{tot}} = 0.0044\text{W/m} \quad f = 1\text{MHz}$$

$$= 4400\text{W/m} \quad f = 1\text{GHz}$$

高い周波数を裸の線で伝送しようとする膨大なエネルギーが放射として損失することが分かる。

放射で失われるエネルギーというのは、実は空中に放出される電磁波のことである。

この場合、裸の線とはアンテナを指すことになる。

周波数が高いほど放出するエネルギーが大きい、ということは、高周波数の電波を使用する場合は、アンテナは小さくて良い、ということである。

一方、高周波数の回路を作成するのは容易では無い。

一方、低周波数の回路は比較的容易だが、波長の長さにアンテナを合わせることも考えると、大きなアンテナが必要となる。

そこで、「同軸ケーブル」なるものが使われる。

同軸ケーブルは、2つの導線を同軸に配置することで、磁場や電場を漏らさないで信号を伝えるものである。

同軸ケーブル(I) / 構造

日本国内で通用する規格には2種類ある。
 3D2VなどのJIS規格, もう一つはRG-58A/UなどのMIL規格である。

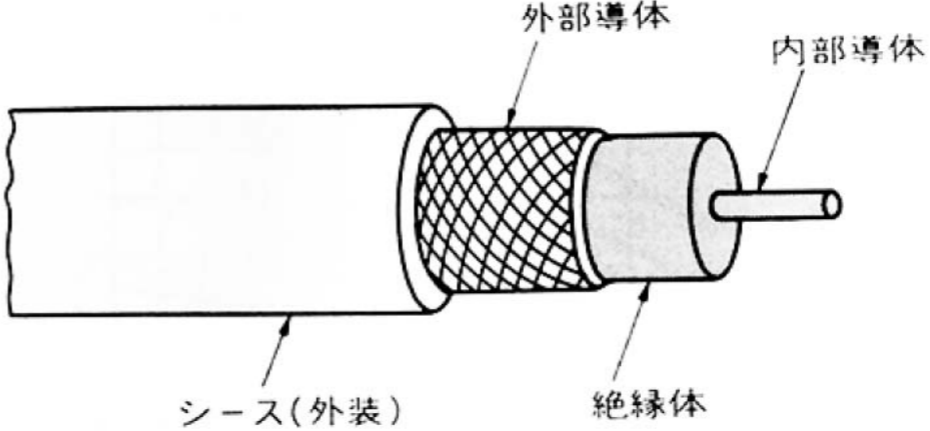
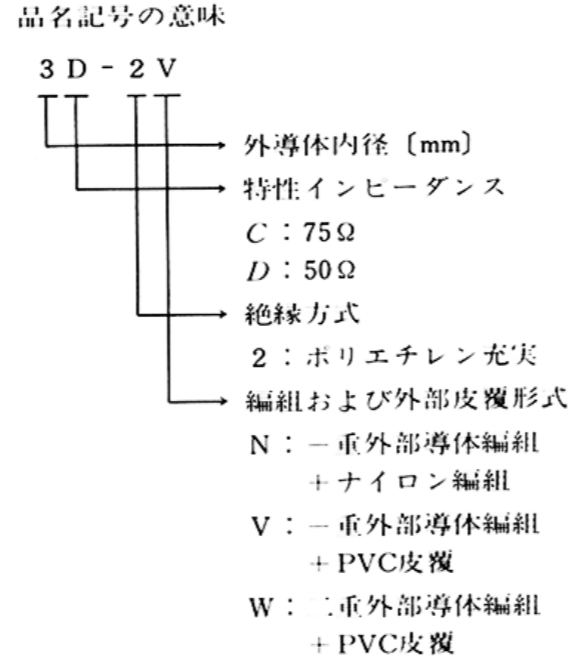


図 5.1: 同軸ケーブルの構造.

表9.2 各種同軸ケーブル(JIS規格)

品名	特性インピーダンス [Ω] (10MHz)	標準減衰量 [dB/km] (10MHz)	仕上がり外径 (mm)
1.5D-2V	50±2	85	2.9
2.5D-2V	50±2	45	4.3
3D-2V	50±2	47	5.3
5D-2V	50±2	27	7.3
5D-2W	50±2	27	8.0
8D-2V	50±2	20	11.1
10D-2V	50±2	14	13.1
20D-2V	50±2	6.6	26.1
1.5C-2V	75±3	96	2.9
2.5C-2V	75±3	52	4.0
3C-2V	75±3	42	5.4
5C-2V	75±3	27	7.4
7C-2V	75±3	22	10.4
10C-2V	75±3	18	13.0
20C-2V	75±3	7.4	24.1

JIS C3501より



MIL規格

品名	内部導体		絶縁体 材質	外部導体 材質	仕上外径 (mm)	概算質量 (kg/km)	特性インピーダンス (Ω)	在庫
	材質	構成(本/mm)						
RG-8/U	C	7/0.724	PE	C	10.3	168	52±2	
RG-8A/U	C	7/0.724	PE	C	10.3	168	52±2	
RG-11/U	T	7/0.404	PE	C	10.3	145	75±3	
RG-11A/U	T	7/0.404	PE	C	10.3	145	75±3	
RG-58/U	C	1/0.813	PE	T	5.0	40	53.5±2.5	
RG-58A/U	T	19/0.180	PE	T	5.0	40	50±2	○
RG-58C/U	T	19/0.180	PE	T	5.0	40	50±2	
RG-59/U	CS	1/0.643	PE	C	6.2	60	73±3	
RG-59A/U	CS	1/0.584	PE	C	6.2	60	75±3	
RG-59B/U	CS	1/0.584	PE	C	6.2	60	75±3	
RG-62A/U	CS	1/0.643	PEC	C	6.2	55	93.5±5	○

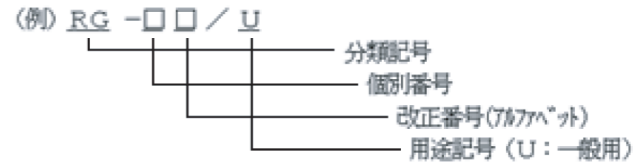


図 5.2: 同軸ケーブルの規格.

同軸ケーブル(2) / 信号伝達のイメージ

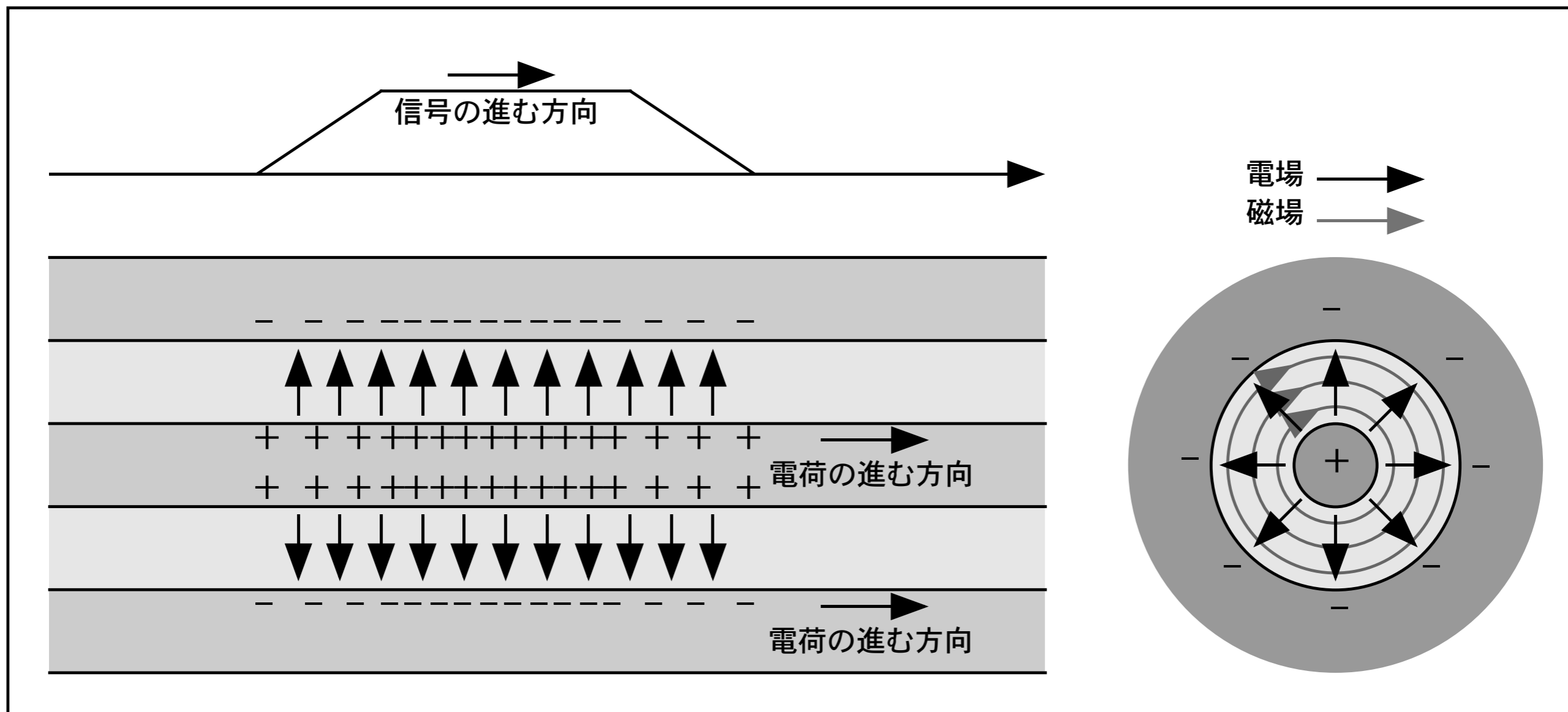


図 5.5: 同軸ケーブルの信号伝達のイメージ.

同軸ケーブル(3) / 電気回路的な理解 I

同軸ケーブルの内外の導体が単位長さあたり $\pm Q$ の電荷を持つ時, r 方向の電場 E_r と電位差 V は

$$E_r = \frac{Q}{2\pi\epsilon r} \quad V = V_a - V_b = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{b}{a}$$

よって, 同軸ケーブル単位長さ辺りの電気容量 C は

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)}$$

導体を流れる電流を I とすると, 内部導体を取りまく磁束密度 B_ϕ と, 単位長さ辺りの磁束 Φ は

$$B_\phi = \frac{\mu I}{2\pi r} \quad \Phi = \int_a^b B_\phi dr = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

よって, 同軸ケーブル単位長さあたりのインダクタンス L は

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a)$$

理想的な同軸ケーブルは単位長さ辺り容量 C のコンデンサーとインダクタンス L コイルからなる回路である

実際にはコンデンサーの洩れ抵抗 $R_C (\gg 1/i\omega C)$, コイルの直列抵抗 $R_L (\ll i\omega L)$ がある

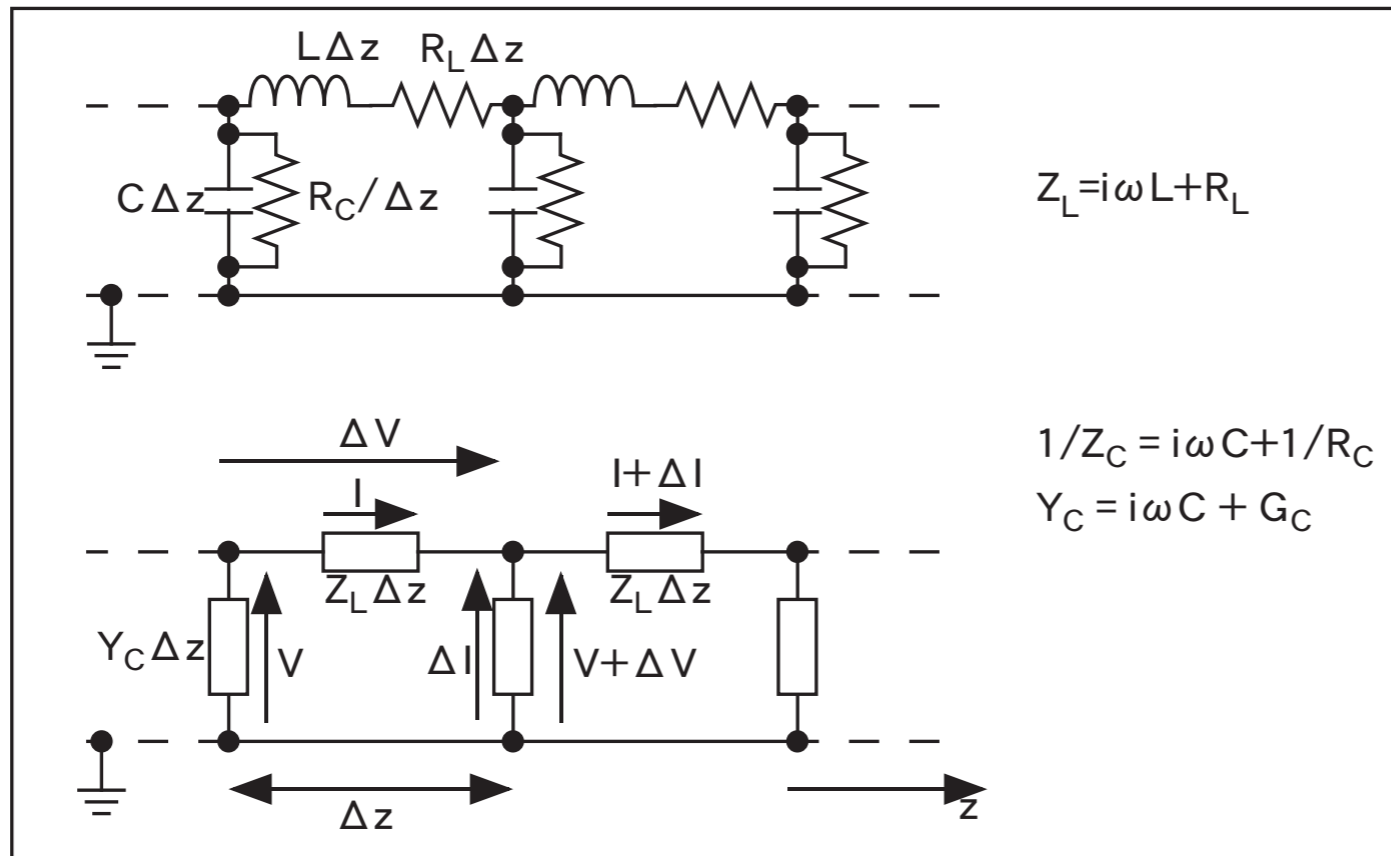
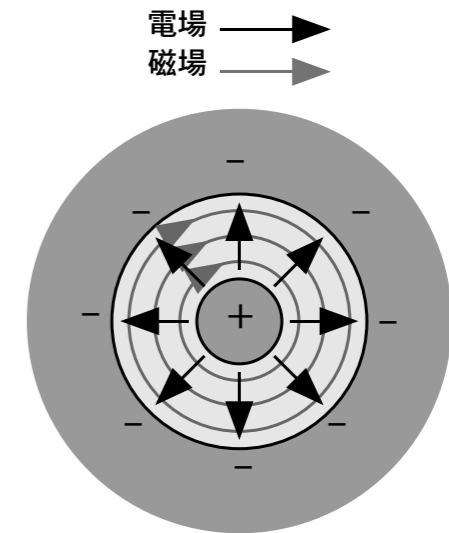


図 5.3: 同軸ケーブルの等価回路.

同軸ケーブル(4) / 電気回路的な理解2

周波数 ω の信号について電流を $I(z)e^{i\omega t}$, 電圧を $V(z)e^{i\omega t}$ とする.

コイルに関して, 単位長さあたりのインピーダンスを Z_L は,

$$Z_L = R_L + i\omega L \rightarrow i\omega L \quad (\text{for } R_L \rightarrow 0)$$

長さ Δz のインピーダンスは

$$Z_L \Delta z$$

流れる電流 I による電圧降下 $-\Delta V$ に関して, 次の式が成り立つ.

$$-\Delta V = Z_L \Delta z \cdot I = (R_L + i\omega L) \Delta z \cdot I$$

コンデンサーに関しては, 単位長さのインピーダンスを Z_C とすると Δz でのインピーダンスは,

$$\frac{1}{\frac{\Delta z}{R_C} + i\omega C \cdot \Delta z} = \frac{1}{\frac{1}{R_C} + i\omega C} \frac{1}{\Delta z} = \frac{Z_C}{\Delta z} \quad Z_C = \frac{1}{\frac{1}{R_C} + i\omega C}$$

単位長さあたりのインピーダンスに対する Δz の掛かり方が面倒なので, アドミタンスを Y_C を使うと便利である.

コンデンサーを大きくすること及び並列抵抗の合成抵抗は, 単位長さ辺りのアドミタンスを大きさに正比例させることに一致する (これは $Z_C \Delta z$ ではなく, $Y_C \Delta z$ である理由).

R_C に対するコンダクタンスを G_C とすると ($G_C = 1/R_C$),

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{R_C} + i\omega C = G_C + i\omega C \rightarrow i\omega C \quad (\text{for } R_C \rightarrow \infty)$$

コンデンサーを流れる電流 ΔI は

$$\Delta I = -\frac{V}{Z_C/\Delta z} = -Y_C \Delta z \cdot V$$

以上をまとめると

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dz} &= -Z_L \cdot I = -(R_L + i\omega L)I \\ \frac{dI}{dz} &= -Y_C \cdot V = -(G_C + i\omega C)V \end{aligned}$$

上で示した通り十分な性能を持つ同軸ケーブルの場合は

$$|R_L| \ll |i\omega L| \quad |R_C| \gg |1/i\omega C| \rightarrow |G_C| \ll |i\omega C|$$

同軸ケーブル(5) / 電気回路的な理解3

理想的な極限 $R_L = 0$, $G_C = 0$, すなわち $Y_C = i\omega C$, $Z_L = i\omega L$ の場合は,

$$\begin{aligned}\frac{d^2 I}{dz^2} &= Y_C Z_L \cdot I = -\omega^2 L C I \\ \frac{d^2 V}{dz^2} &= Y_C Z_L \cdot V = -\omega^2 L C V\end{aligned}$$

これを解くと

$$\begin{aligned}I(t, z) &= I_0 \exp [i\omega(t \mp \sqrt{LC}z)] \\ V(t, z) &= V_0 \exp [i\omega(t \mp \sqrt{LC}z)]\end{aligned}$$

\mp の $-$ だと $+z$ 方向へ, $+$ だと $-z$ 方向への進行波となる. その速度 v は

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

この速度は, ω に依らないので, 周波数によらず一定の速度で進行することになる.

一方, 現実の場合を $|R_L| \ll |i\omega L|$ および $|G_C| \ll |i\omega C|$ の条件の元でこれを解くと,

$$\begin{aligned}I(t, z) &= I \exp(i\omega t) = I_0 \exp(i\omega t \mp \gamma z) \\ &= I_0 \exp(i\omega t \mp (i\beta + \alpha)z) = I_0 \exp(i(\omega t \mp \beta z) \mp \alpha z) = I_0 \exp(i\omega(t \mp \sqrt{LC}z) \mp \alpha z) \\ &\rightarrow I_0 \exp(i\omega(t \mp \sqrt{LC}z)) \quad (\text{for } \alpha \rightarrow 0) \\ V(t, z) &= V \exp(i\omega t) = V_0 \exp(i\omega t \mp \gamma z) \\ &= V_0 \exp(i\omega t \mp (i\beta + \alpha)z) = V_0 \exp(i(\omega t \mp \beta z) \mp \alpha z) = V_0 \exp(i\omega(t \mp \sqrt{LC}z) \mp \alpha z) \\ &\rightarrow V_0 \exp(i\omega(t \mp \sqrt{LC}z)) \quad (\text{for } \alpha \rightarrow 0)\end{aligned}$$

$$\gamma = \alpha + i\beta = \sqrt{Y_C Z_L} \quad \beta = \omega \sqrt{LC} \quad \alpha = \frac{R_L}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G_C}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

β に関して \mp の $-$ だと $+z$ 方向へ, $+$ だと $-z$ 方向への進行波となる. その速度 v は

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

この速度は, ω に依らないので, 周波数によらず一定の速度で進行することになる.

減衰定数 α に関して, $+z$ および $-z$ 方向への進行波の場合, その方向に進むにつれて信号が exp 的に減衰する.

理想的な同軸ケーブルの場合, $R_C = \infty \rightarrow G_C = 0$, $R_L = 0$ なので, $\alpha = 0$ となり減衰しない.

同軸ケーブル(6) / 電気回路的な理解4

電流 I と電圧 V は、同時に同じ方向へ同じスピードで同じ波形のパターンで進行する。

この電圧と電流の関係から特性インピーダンス Z_0 を定義する

$$\frac{V}{I} = \frac{V_0}{I_0} = \pm \sqrt{\frac{Z_L}{Y_C}} = \pm Z_0 \quad Z_0 = \sqrt{\frac{Z_L}{Y_C}}$$

理想的な同軸ケーブルでは $Z_L = i\omega L$, $Y_C = i\omega C$ なので,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

一般に同軸ケーブルを伝わる波は $+z$, $-z$ 方向に進む 2 つの波の重ね合わせなので,

$+z$ 方向への波の (複素) 振幅を V_+ , I_+ , $-z$ 方向への波の (複素) 振幅を V_- , I_- とすると,

$$\begin{aligned} I(z)e^{i\omega t} &= \left(I_+ e^{-(i\beta+\alpha)z} + I_- e^{(i\beta+\alpha)z} \right) e^{i\omega t} \rightarrow \left(I_+ e^{-i\beta z} + I_- e^{i\beta z} \right) e^{i\omega t} \quad (\text{for } \alpha \rightarrow 0) \\ V(z)e^{i\omega t} &= \left(V_+ e^{-(i\beta+\alpha)z} + V_- e^{(i\beta+\alpha)z} \right) e^{i\omega t} \rightarrow \left(V_+ e^{-i\beta z} + V_- e^{i\beta z} \right) e^{i\omega t} \quad (\text{for } \alpha \rightarrow 0) \end{aligned}$$

式 5.48 より

$$\frac{V_+}{I_+} = Z_0, \frac{V_-}{I_-} = -Z_0$$

同軸ケーブル(7) / 電気回路的な理解5

同軸ケーブルの特性インピーダンスと信号伝達速度

同軸ケーブルの構造から

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)} \quad (5.65)$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a) \quad (5.66)$$

である。よって、特性インピーダンス Z_0 を書くと、

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a} \quad (5.67)$$

となる。また、速度は

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (5.68)$$

となる。一般に使用される同軸ケーブル内の絶縁体は、ポリスチレン、ポリエチレン、テフロン等が用いられる。これらの誘電率は $\epsilon = (2 \sim 4)\epsilon_0$ である。透磁率は真空とほとんど変わらないので、 $\mu = \mu_0$ である。一般に、材質と a, b の値を選び、 50Ω と 75Ω の物が一般に使用されている。信号の伝わる速度は真空の $50\% \sim 75\%$ となる。これは 1m を進むのに 5nsec 程度かかることになる。

同軸ケーブル(8) / 真空のインピーダンス

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi = 377\Omega \quad \text{は真空のインピーダンスと呼ばれる.}$$

真空中を z 方向に進む平面電磁波は、電場 E が x 方向にある場合は磁場 H は y 方向にあるので、

$$\begin{aligned} E_x &= \tilde{E} \exp[i \cdot (\omega t - kz)], E_y = E_z = 0 \\ H_y &= \tilde{H} \exp[i \cdot (\omega t - kz)], H_x = H_z = 0 \end{aligned} \quad c = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

マックスウェル方程式のうち、

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

を考えると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial z} &= -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ -i \cdot k \tilde{E} e^{i \cdot (\omega t - kz)} &= -i \cdot \mu_0 \omega \tilde{H} e^{i \cdot (\omega t - kz)} \\ \frac{\tilde{E}}{\tilde{H}} &= \frac{\mu_0 \omega}{k} = \mu_0 c = \frac{\mu_0}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \end{aligned}$$

すなわち、 \tilde{E}/\tilde{H} と真空のインピーダンスが一致する。

回路のインピーダンスは $Z = \tilde{V}/\tilde{I}$ であり、これと真空中を伝わる電磁波のインピーダンスは $Z = \tilde{E}/\tilde{H}$ に対応する電場は単位長さの電圧であるので、 \tilde{V} と \tilde{E} の対応は理解できる。

磁場は、電流に比例することを考えると、 \tilde{I} と \tilde{H} の対応も理解できる。

同軸ケーブル(9) / 損失

同軸ケーブルの周波数特性

前述したように理想的には同軸ケーブルでの損失はなく、どの周波数であっても同じ伝達速度を持ち波形をそのまま保ったまま伝達できるが、実際には抵抗 R_L , R_C のために、高周波で減衰が起こる (図 5.4).

3D-2V の場合、10m での減衰量は、0.15dB(1/1.02) @ 1MHz, 0.4dB(1/1.05) @ 10MHz, 1.5dB(1/1.12) @ 100MHz, 5dB(1/1.8) @ 1GHz であり、1km での減衰量は、15dB(1/5.6) @ 1MHz, 40dB(1/100) @ 10MHz, 150dB @ 100MHz, 500dB @ 1GHz である.

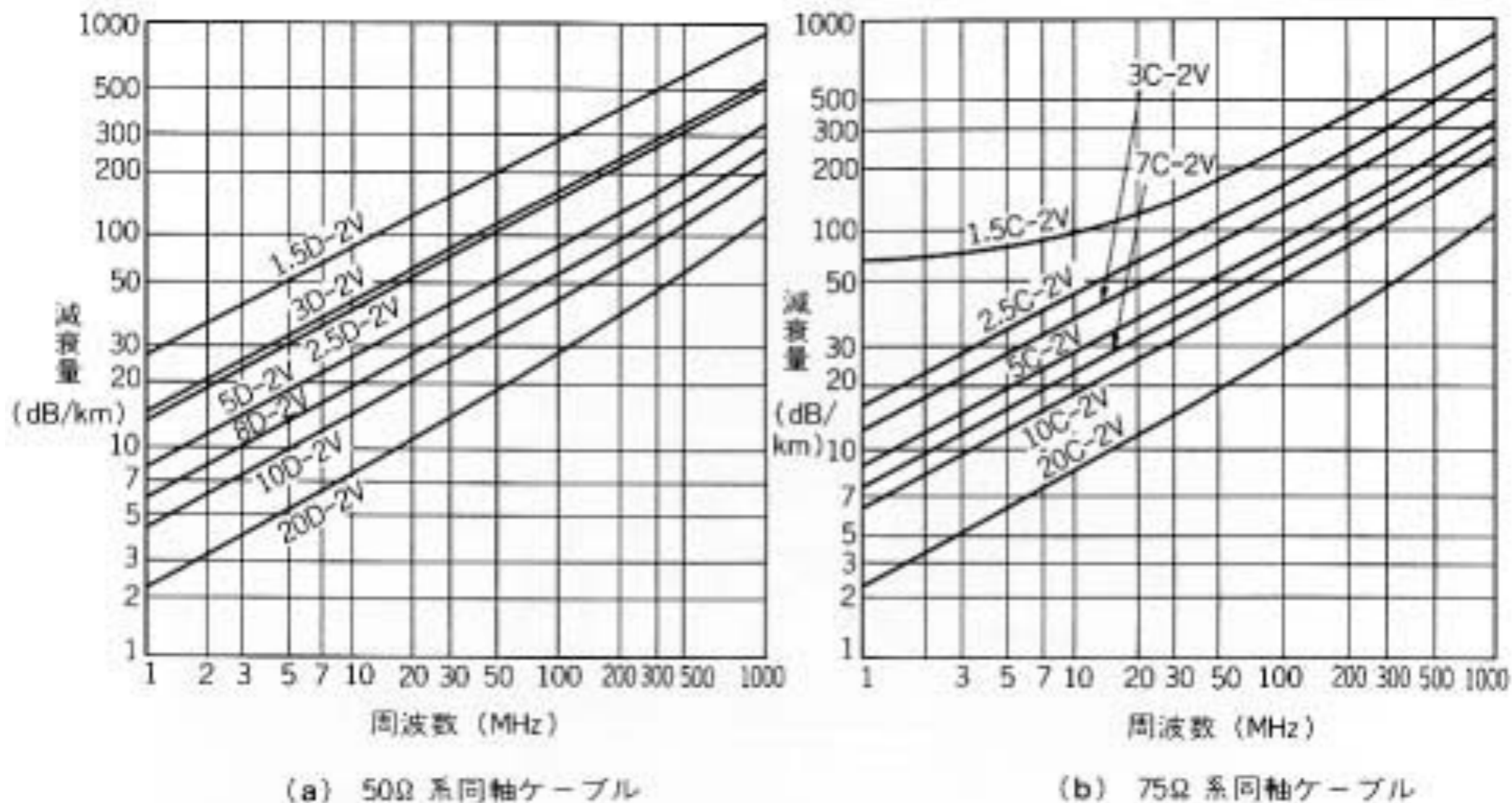


図 5.4: 同軸ケーブルでの減衰の周波数依存性.

同軸ケーブル(10) / 信号伝達のイメージ

これまでは周波数 ω の波のみを考えたが、様々な周波数成分を混ぜることで任意のパルスを作ることができる。矩形波が同軸ケーブルを伝わる場合の物理的状況は以下の図 5.5 ようにものである。同じ電荷量のプラスの電荷とマイナスの電荷が信号の形を保ちながら、同じ方向へ進行していることがわかる。プラスとマイナスの電荷量が同じため、電場は同軸ケーブルの外へは漏れない。電流としては同じ大きさで逆方向に流れるため、磁場も同軸ケーブルの外へは漏れない。そのため、一本線の場合起こってしまう電磁波放射が起こらないので、放射による損失も起こらず信号を伝達させることが可能となる。

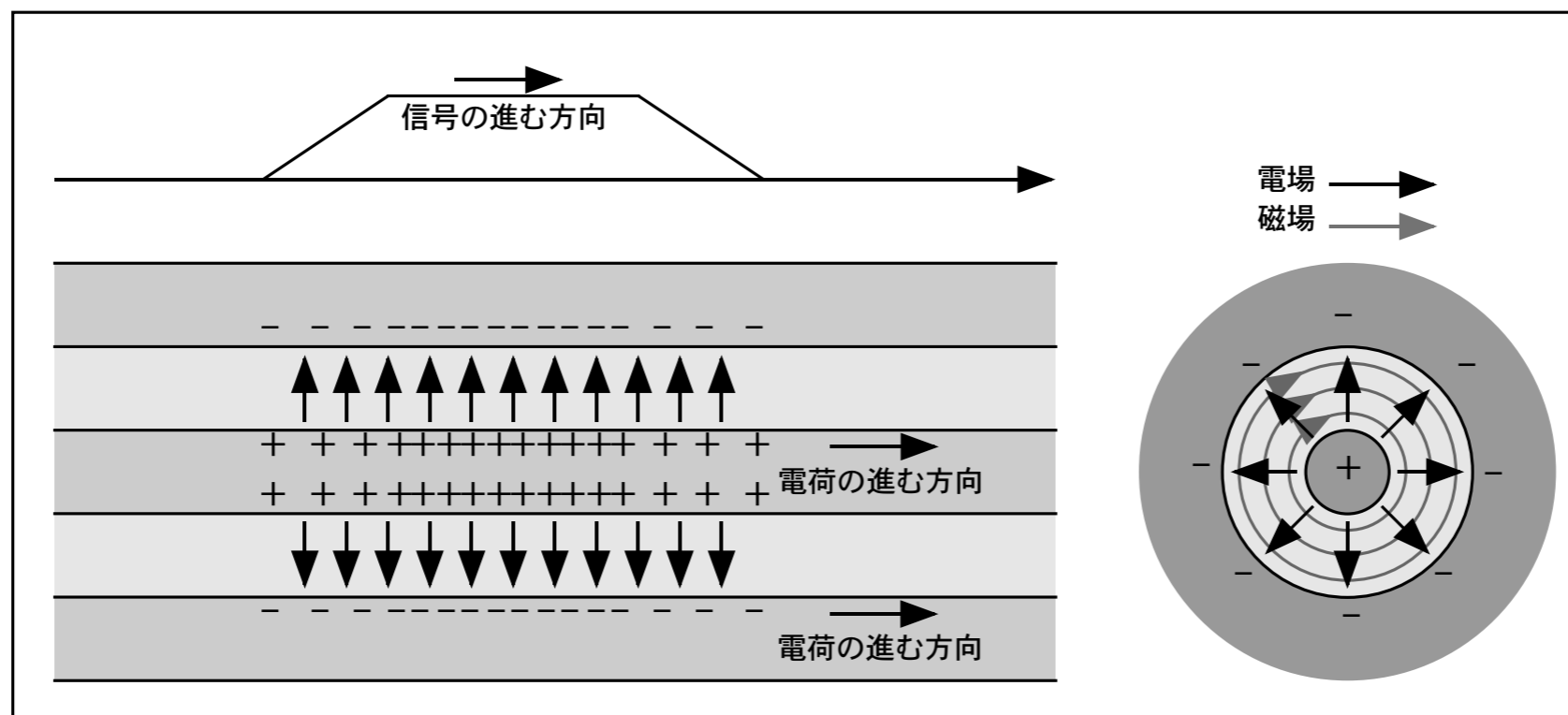


図 5.5: 同軸ケーブルの信号伝達のイメージ。

先程の理想的な同軸ケーブルでは $Z_L = i\omega L$, $Y_C = i\omega C$ なので,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

となることを示した。

同軸ケーブルの中を進行する信号について、電流と電圧は任意の値をとることはできず、その比は必ず特性インピーダンスに一致する。実際の同軸ケーブルではこの値が 50Ω (または 75Ω) なので、電圧が $1V$ であれば、電流は必ず $20mA$ になり、それ以外はありません。それに反して大量の電流を外から流そうとしてもそれは無理であり、余った電流は戻って行くことになる。これが反射の問題である。

同軸ケーブル(II) / 反射とターミネーション

Z のインピーダンスを同軸ケーブルの終端に取り付けた場合を考える。

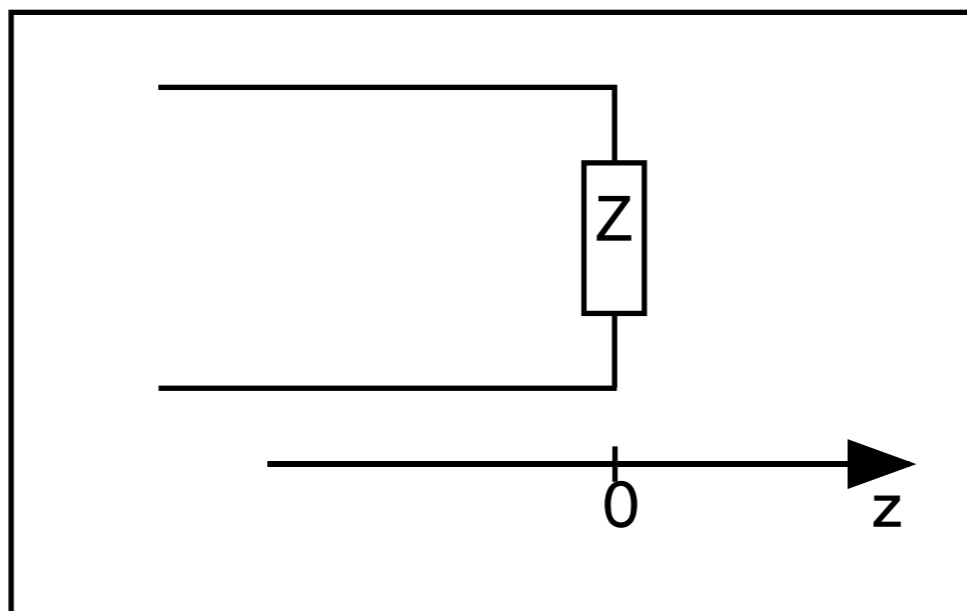


図 5.6: 同軸ケーブルの終端に Z のインピーダンスを取り付ける。

$z = 0$ で Z のインピーダンスを取り付けたので、

$$I(z)e^{i\omega t} = \left(I_+ e^{-(i\beta + \alpha)z} + I_- e^{(i\beta + \alpha)z} \right) e^{i\omega t} \rightarrow \left(I_+ e^{-i\beta z} + I_- e^{i\beta z} \right) e^{i\omega t} \quad (\text{for } \alpha \rightarrow 0)$$

$$V(z)e^{i\omega t} = \left(V_+ e^{-(i\beta + \alpha)z} + V_- e^{(i\beta + \alpha)z} \right) e^{i\omega t} \rightarrow \left(V_+ e^{-i\beta z} + V_- e^{i\beta z} \right) e^{i\omega t} \quad (\text{for } \alpha \rightarrow 0)$$

$$\frac{V_+}{I_+} = Z_0, \quad \frac{V_-}{I_-} = -Z_0$$

を用いると次の式が成立する。

$$Z = \frac{V(z=0)}{I(z=0)} = \frac{V_+ + V_-}{I_+ + I_-} = Z_0 \frac{V_+ + V_-}{V_+ - V_-}$$

$+z$ 方向へ進んでいた複素振幅 V_+ の波が $z = 0$ で反射し、 $-z$ 方向へ進む複素振幅 V_- の波になったと考えると、その反射係数 r を

$$r = \frac{V_-}{V_+} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$$

$z = 0$ に取り付けた Z のインピーダンスをターミネータと呼ぶ。

同軸ケーブル(12) / 反射とターミネーション2

Z として色々な素子を取り付けた場合について考える。

抵抗は周波数特性がないが、コンデンサーやコイルは周波数特性があるので、その周波数でのインピーダンスに応じて反射する。コンデンサーとコイルは DC 的には絶縁及び接触なので、最終的にそれに応じた形になる。

V_+ を使って反射の複素振幅 V_- を表すと

$$V_- = V_+ \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$$

終端 ($z = 0$) での複素振幅 V は V_+ と V_- の合計なので、

$$V = V_+ + V_- = V_+ \left(1 + \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \right) = V_+ \frac{2}{1 + (Z_0/Z)} = V_+ \frac{2}{1 + (Z_0/Z)}$$

理想的な同軸ケーブルでは Z_0 は複素数のように書いているがこの場合には実数であり、抵抗と考えれば良い。

終端に色々な素子を付けてみよう。

特性インピーダンスと同じ抵抗を付ける場合は $Z = Z_0$ となる。

$$V_- = V_+ \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = 0 \quad V = V_+ \frac{2}{1 + (Z_0/Z_0)} = V_+$$

一般の抵抗 R では

$$V = 2V_+ \frac{1}{1 + (Z_0/R)}$$

ショートした場合は $Z = 0$ なので

$$V_- = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = -V_+ \quad V = 0 \quad \text{波で言うと閉端}$$

オープンにすると $Z = \infty$ なので

$$V_- = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = +V_+ \quad V = 2V_+ \quad \text{波の反射で言うと開端}$$

$2V_+$ のうち半分は入射波、残りの半分が反射波

コンデンサーを付けると、 $Z = 1/i\omega C$ なので

$$V = 2V_+ \frac{1}{1 + i\omega Z_0 C} \quad \text{RC 積分回路に相当する}$$

コイルを付けたときも同様で、 $Z = i\omega L$ であるから

$$V = 2V_+ \frac{1}{1 - i(Z_0/\omega L)} \quad \text{LR 微分回路に相当する}$$

同軸ケーブル(13) / 反射とターミネーション3

有限な長さの同軸ケーブルの終端に Z のインピーダンスを取り付け、反対側からファンクションジェネレーターから 矩形波を入れる場合を考える。
 同軸ケーブル中の信号は有限の速度で伝わり、その時間差も考慮する。
 それぞれの終端素子の場合に観測される波形は

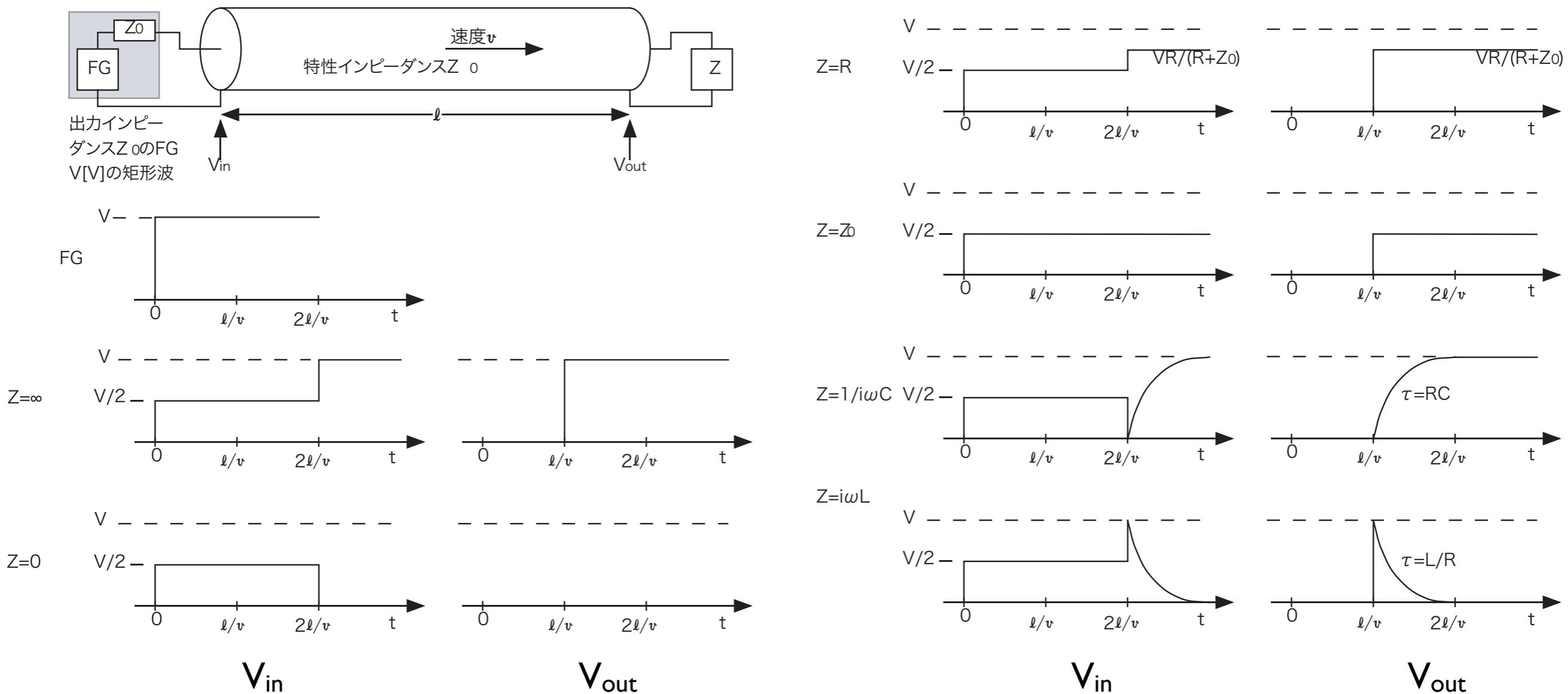
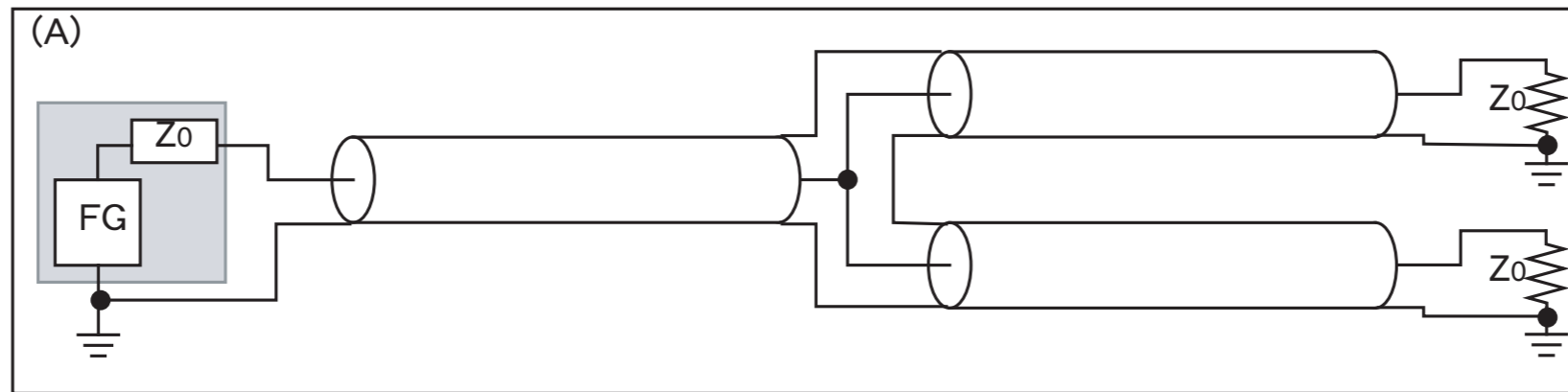


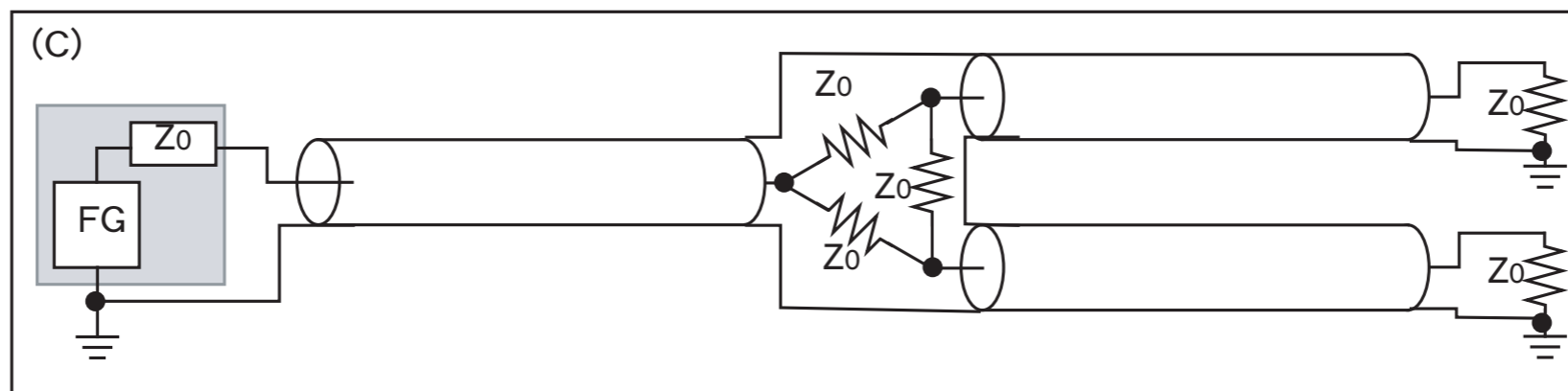
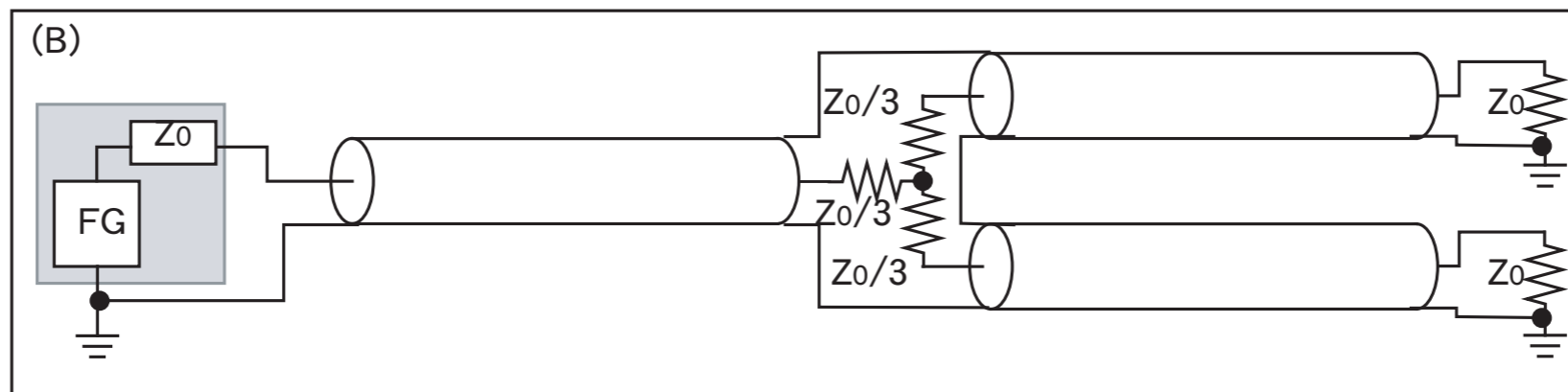
図 5.7: 同軸ケーブルの終端に様々なターミネータを取り付ける。

同軸ケーブル(14) / 分岐

信号を2つに同軸ケーブルに分けて伝達する場合も反射に十分注意する必要がある。
 FG側の同軸ケーブルは、 $Z_0/2$ の抵抗が付いているように見えるので、分岐点で反射が起こる。



スプリット側の同軸ケーブルも含めて反射が起こらない



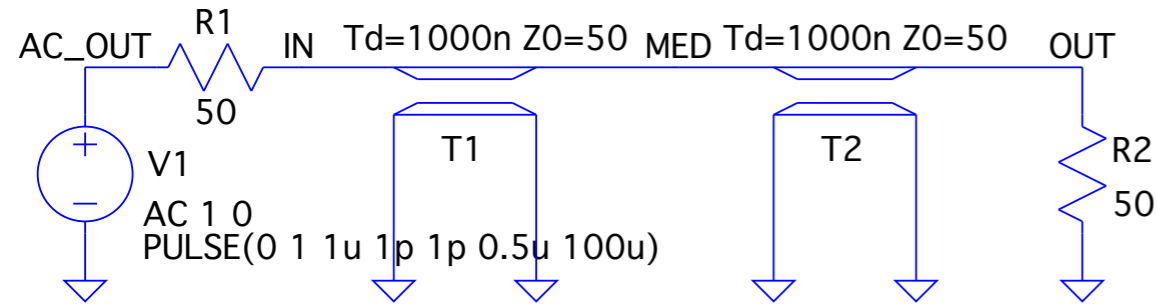
分岐後パルス高は $1/2$ に、エネルギーは $1/4$ になる。

確かに、この方法で信号の分岐は可能であるが、実際の場面でこの方法をとることは少ない。通常は、FanIn-FanOutと呼ばれる分岐専用の回路を使用する。ただ、FanIn-FanOutのアンプ速度が遅いと、速い信号はうまく分岐ができない。その場合は、上記の方法の方が電圧は半分になるものの、正確な信号を伝えるには有効かも知れない。結局、実際の場面では色々な要求を考え、自分で判断するしかないだろう。

同軸ケーブル(I5) / インピーダンスマッチングをとらないと

3つの例を示す。

図 5.10 は、FG および終端の両方で正しくターミネーションをとった場合。



```
.ac dec 401 1MEG 1G
.step param Rv LIST 6 12 25 50 100 200 400
.tran 0 5u 0 0.1n
```

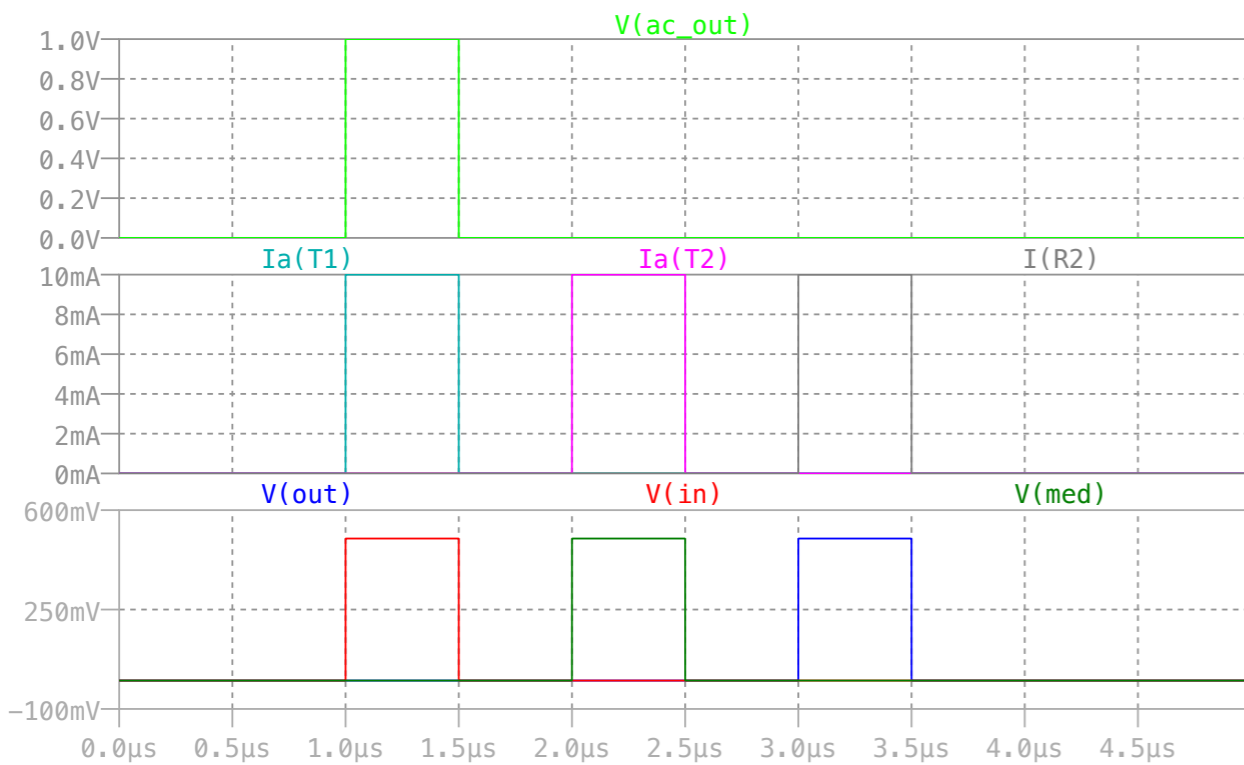
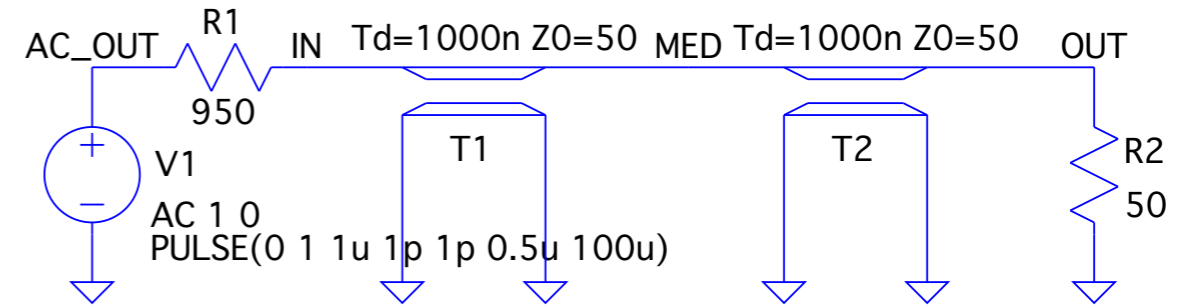


図 5.10: FG 側, 終端側, 共に 50Ω を入れた場合 (適切なターミネーション)

図 5.11 は、終端側は 50Ω を入れて (適切なターミネーション), FG 側を 950Ω にした場合、終端での反射は起きないが、信号が $50/(950 + 50) = 1/10$ になる。



```
.ac dec 401 1MEG 1G
.step param Rv LIST 6 12 25 50 100 200 400
.tran 0 5u 0 0.1n
```

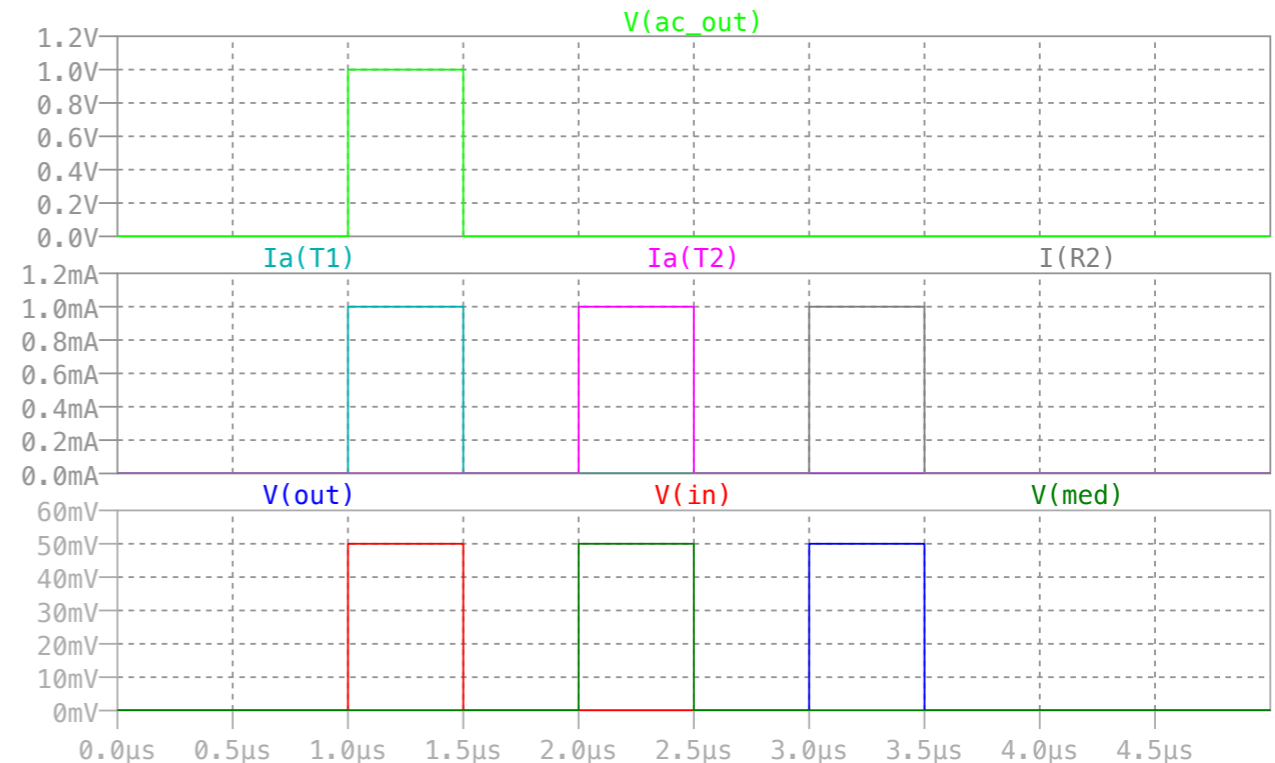
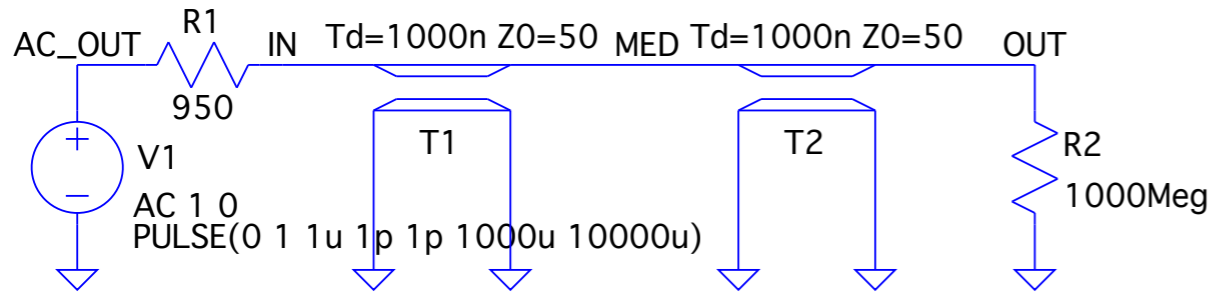


図 5.11: 終端側は 50Ω を入れて (適切なターミネーション), FG 側を 950Ω にした場合,

同軸ケーブル(I6) / インピーダンスマッチングをとらないと2

図 5.12 は、終端側はオープン ($1G\Omega$), FG 側を 950Ω にして, FG からはステップ関数を入力した場合. 最終的には電流は 0 になり, 電圧は FG 出力の $1V$ になる. そこに至るまでは, 終端と FG 側の両方で反射を繰り返し, 徐々に最終状態に近づく.



```
.ac dec 401 1MEG 1G
.step param Rv LIST 6 12 25 50 100 200 400
.tran 0 200u 0 1n
```

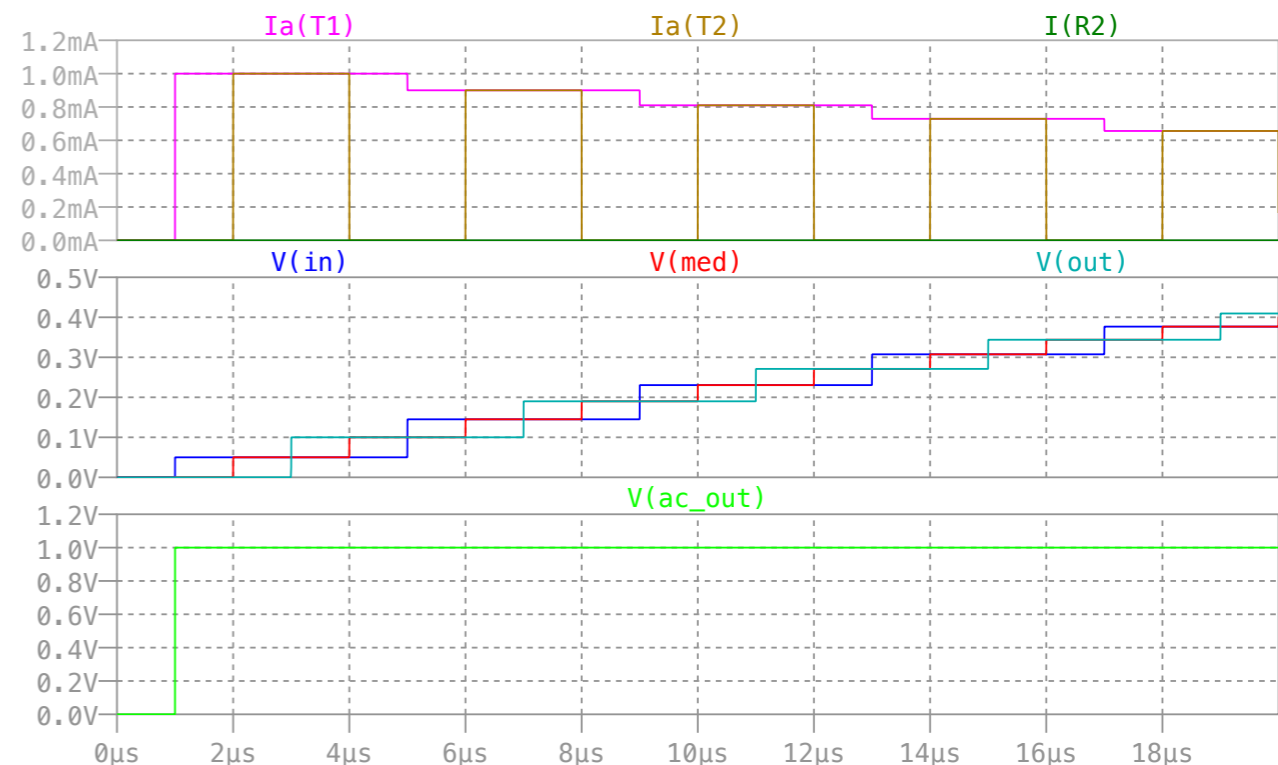
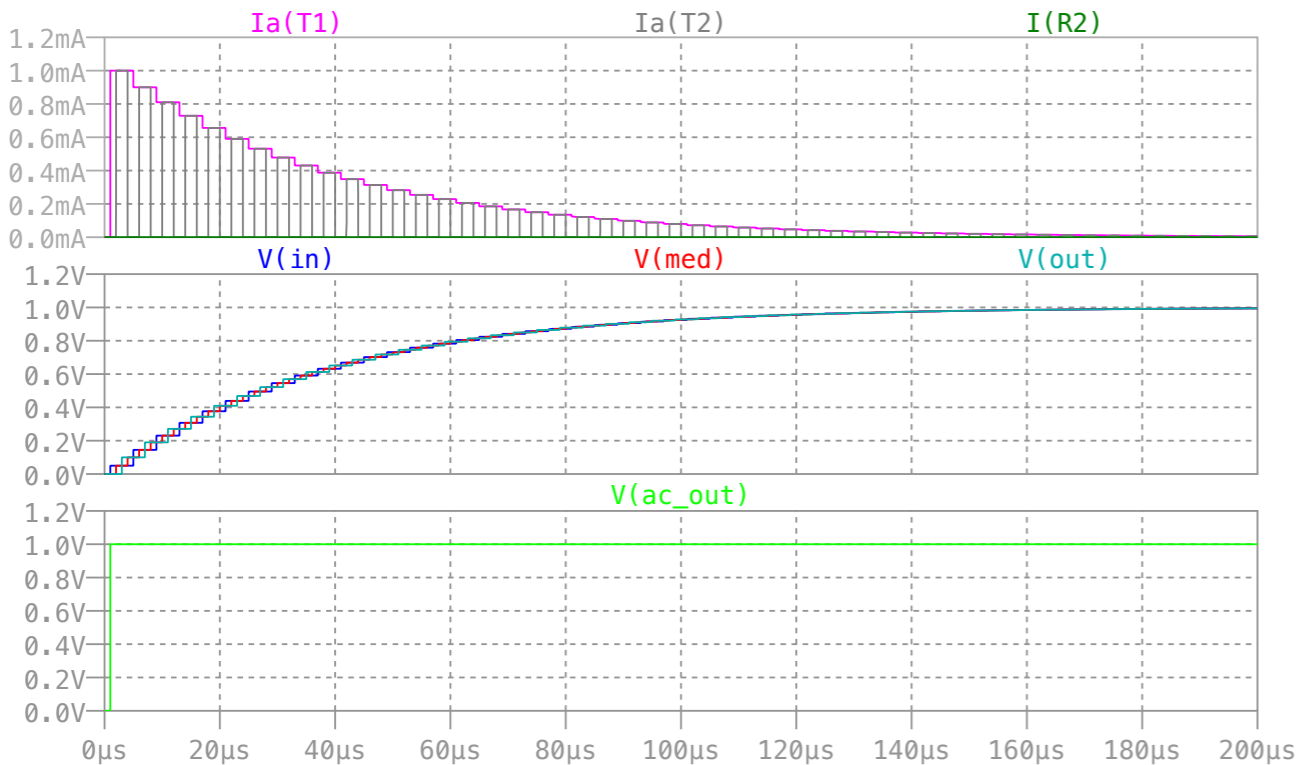
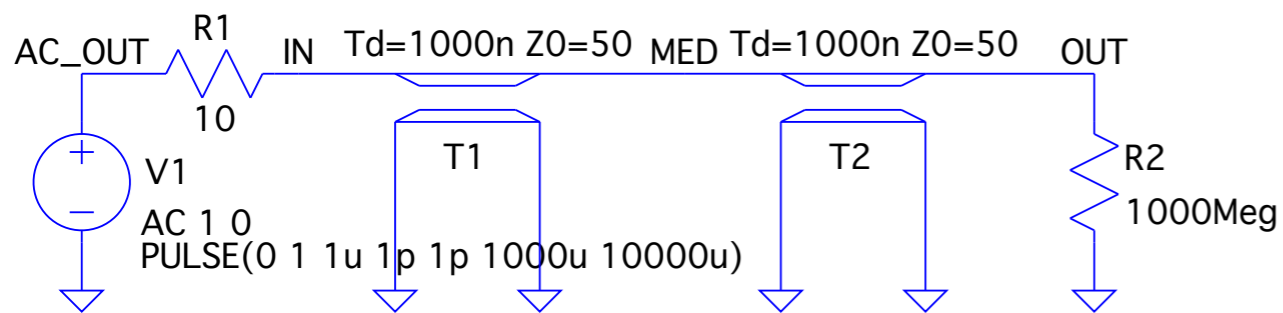


図 5.12: 終端側はオープン ($1G\Omega$), FG 側を 950Ω にして, FG はステップ関数を入力した場合.

同軸ケーブル(I7) / インピーダンスマッチングをとらないと3 20

図 5.13 は，終端側はオープン ($1G\Omega$)，FG 側を 10Ω にして，FG からはステップ関数を入力した場合．それでも FG 側に戻ってきた反射をうまく吸収することができない．



```
.ac dec 401 1MEG 1G  
.step param Rv LIST 6 12 25 50 100 200 400  
.tran 0 200u 0 1n
```

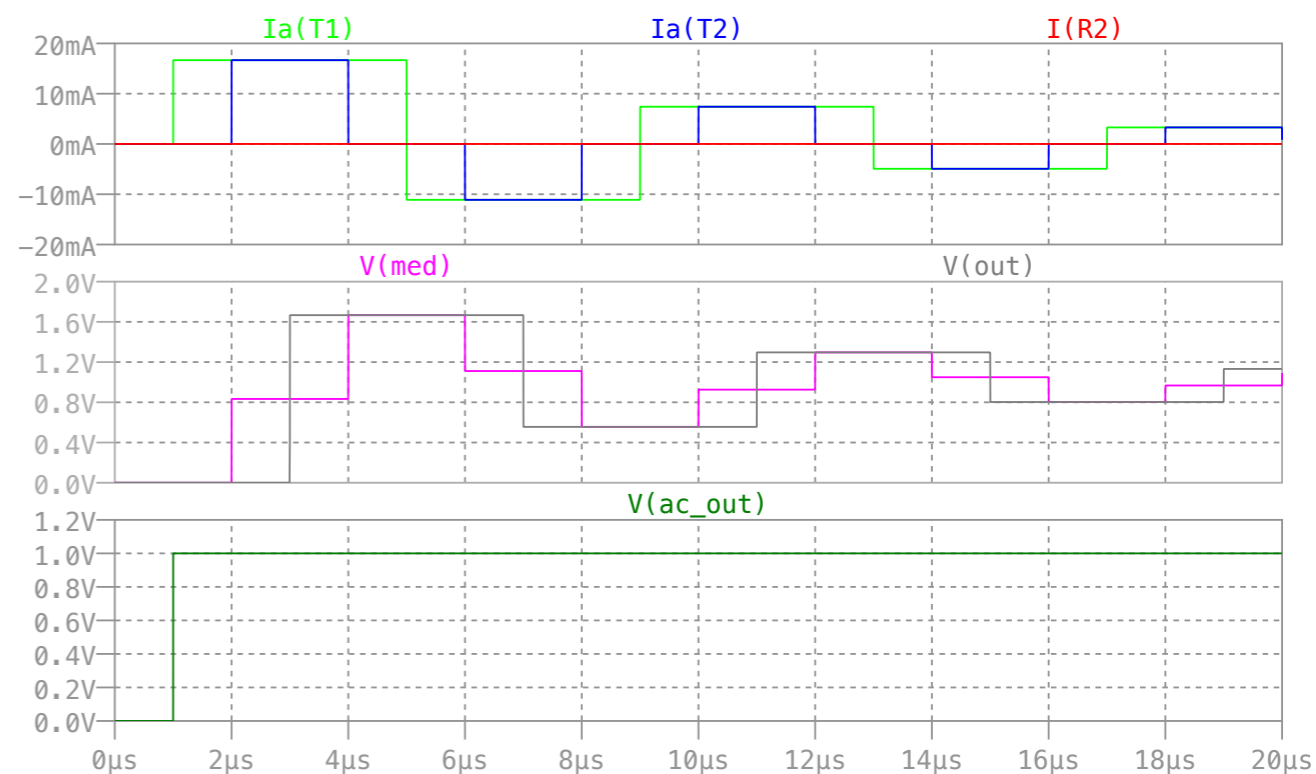
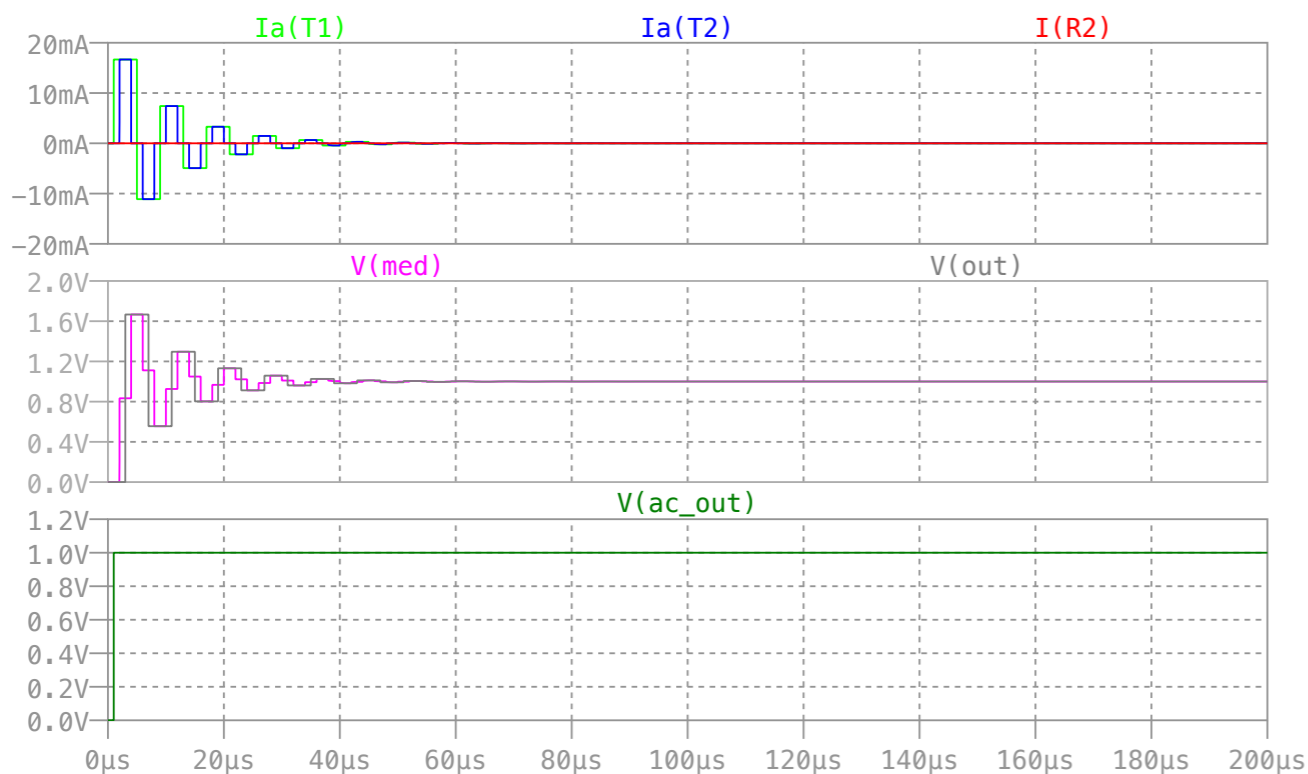
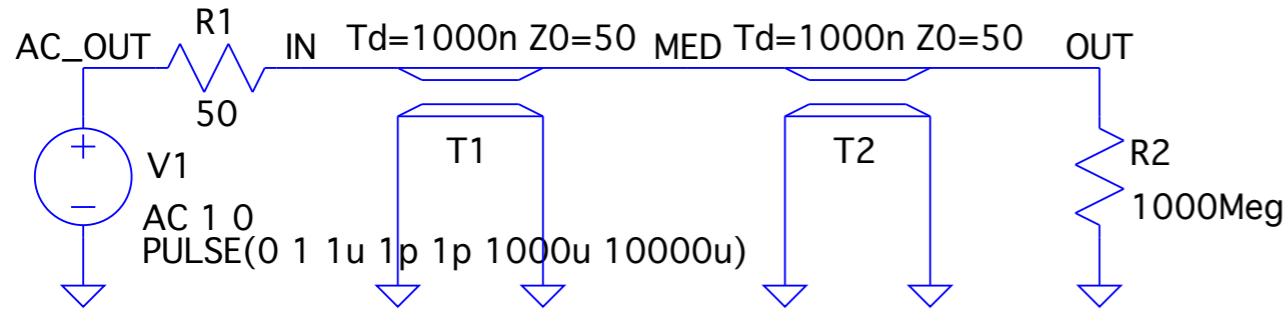


図 5.13: 終端側はオープン ($1G\Omega$)，FG 側を 10Ω にして，FG はステップ関数を入力した場合．

同軸ケーブル(I8) / インピーダンスマッチングをとらないと4 21

図 5.14 は、終端側はオープン ($1G\Omega$), FG 側を 50Ω にして, FG からはステップ関数を出力した場合. このシミュレーションから, FG 側に適切な終端抵抗を入れれば, 仮に FG 側に反射が戻ってきても吸収することができるので, 被害は最小限で抑えることができる.



```
.ac dec 401 1MEG 1G
.step param Rv LIST 6 12 25 50 100 200 400
.tran 0 200u 0 1n
```

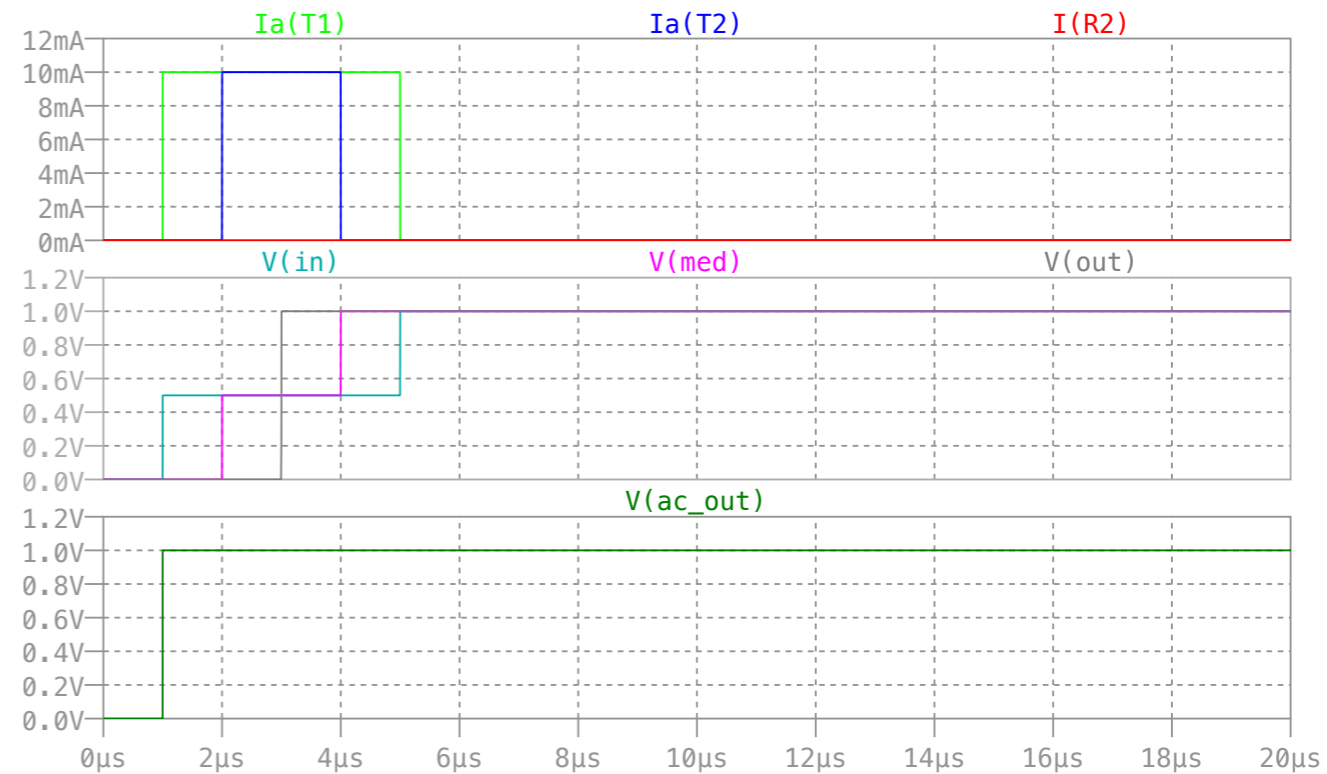
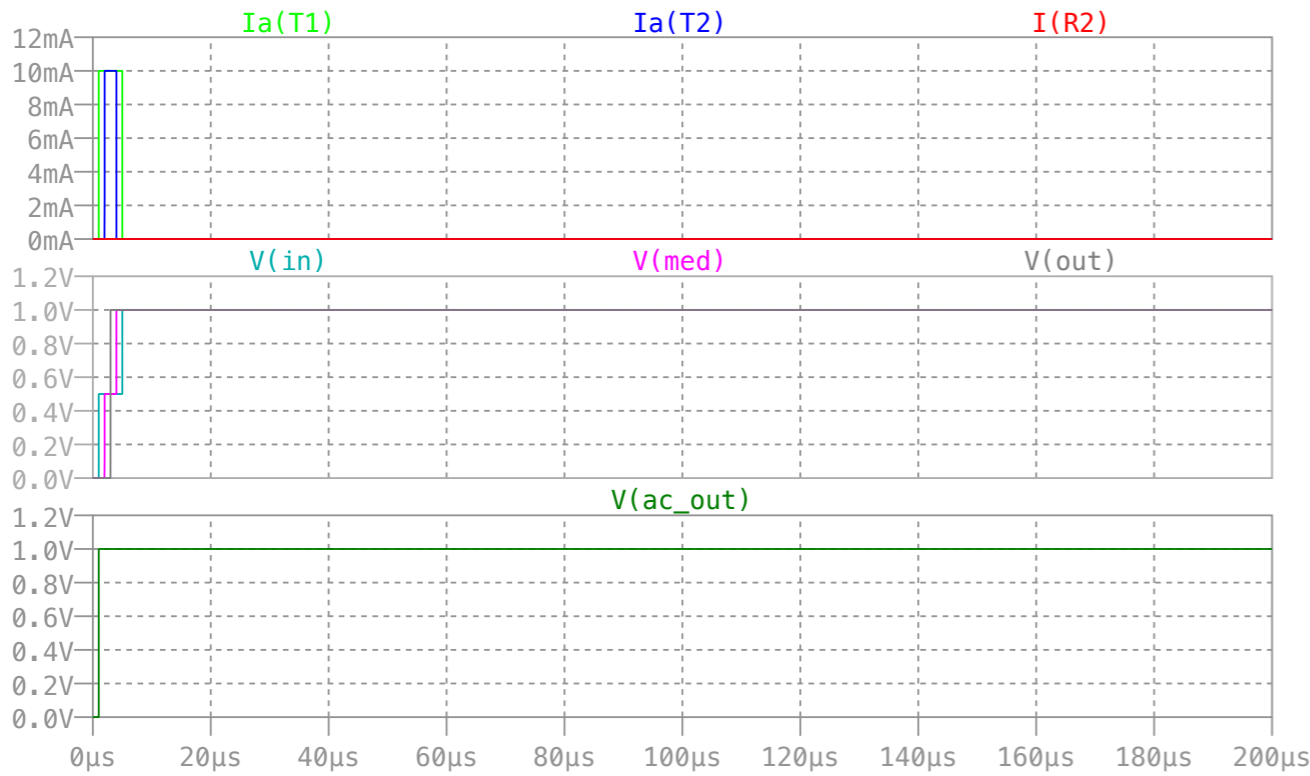


図 5.14: 終端側はオープン ($1G\Omega$), FG 側を 50Ω にして, FG はステップ関数を入力した場合.

試してみよう

同軸ケーブルの反射を見る。

高速のパルスを入れた場合，同軸ケーブルの長さを変えた場合に，パルスの波形が鈍る様子を観測する。
インピーダンスを考え，オシロスコープなどの正しい接続の方法を学ぶ。

（ケーブルの抵抗が無視できない。デモ実験に使用するケーブルは，内部導体 $30\Omega/100\text{m}$ ，外部導体 $4\Omega/100\text{m}$ を持ち，10m で 94%，100m で 60% に減衰する）