

エレクトロニクス 講義資料

第2章：L, C, Rの回路 (v2)

鶴 剛 (tsuru@cr.scphys.kyoto-u.ac.jp)

Chap2_L_C_R_v2

実効値と電力

100V AC の波形から分かる通り、100V AC の振幅は実は 100V ではなく、 $\sqrt{2} \times 100V$ である。この場合、100V は実効値と呼ばれる。実効値の定義は、2乗平均のルートである。電流についても同じ。

$$V(t) = V_0 \cos(\omega t) \quad V_{\text{eff}}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T V(t)^2 dt = \frac{1}{2} V_0^2 \quad V_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_0$$

ある素子で消費されている電力は、その素子に掛かる電圧と流れる電流の掛け算で計算できる。抵抗の場合は、電圧と電流の位相が一致しているが、一般的にはそうではないので、少し計算が必要である。電圧に対して電流は θ ほど位相が遅れているとすると、電力は以下の通り計算できる。

$$V(t) = V_0 \cos(\omega t) \quad I(t) = I_0 \cos(\omega t + \theta) \quad P(t) = V(t)I(t)$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T V(t)I(t)dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T V_0 \cos(\omega t) I_0 \cos(\omega t - \theta) dt = \frac{1}{2} V_0 I_0 \cos \theta = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \theta$$

実効値で考えておくと電力計算には便利。

しかし、この講義で杓子定規に実効値で考えると繁雑になるので、深刻に考えないでおくことにする。

複素数の復習

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha \quad e^{i\pi/2} = i$$

一般的な複素数を $\tilde{}$ 付きで表現することにする.

$$\tilde{a} = a_0 + ia_1$$

$$\tilde{a} = \sqrt{a_0^2 + a_1^2} \exp(i \cdot \text{atan}(a_1/a_0))$$

$$\tilde{a}^* = a_0 - ia_1$$

$$|\tilde{a}| = \sqrt{a_0^2 + a_1^2}$$

$$\text{Re}(\tilde{a}) = a_0 = \frac{1}{2}(\tilde{a} + \tilde{a}^*)$$

複素数を用いた交流表現

フーリエ変換の教える所は、任意の波形は色々な周波数、位相を持つ正弦波の線形結合で表現できる。以下は、単一周波数の正弦波について示すが、様々な周波数成分を線形結合をすることで任意の波形について成り立つことに注意。

電圧の時間変化を

$$V(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi)$$

と示す。これを複素数に(無理矢理)拡張し、複素電圧変化 $v(t)$ を以下のように導入する。

$$V(t) = \operatorname{Re}[(V_0 e^{i(\omega t + \phi)})] = \operatorname{Re}[(V_0 e^{i\phi}) e^{i\omega t}]$$

$$v(t) \equiv V_0 e^{i(\omega t + \phi)} \quad V(t) = \operatorname{Re}[v(t)]$$

ここで、複素振幅 \tilde{V} を以下のように導入する。

$$v(t) = V_0 e^{i\phi} e^{i\omega t} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_0 e^{i\phi} \cdot \sqrt{2} e^{i\omega t} = \tilde{V} \sqrt{2} e^{i\omega t}$$

$$\tilde{V} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_0 e^{i\phi}$$

この複素振幅 \tilde{V} は「phasor」とも呼ばれる。以上は電圧のみならず電流でも成り立つ。 $e^{i\omega t}$ が全ての電圧、電流に共通の因子であるという了解の下に、複素振幅 \tilde{V} は、 $v(t)$ つまり $V(t)$ に関して全ての情報(つまり、位相と振幅)を含んでいる。つまり、以下のように時間の項を落すことができるため、非常に見通しが良くなる。

複素数を用いた交流表現

和

$$v_a(t) = \sqrt{2}\tilde{V}_a e^{i\omega t}$$

$$v_b(t) = \sqrt{2}\tilde{V}_b e^{i\omega t}$$

$$v_a(t) + v_b(t) = \sqrt{2}(\tilde{V}_a + \tilde{V}_b)e^{i\omega t}$$

よって,

$$v_a(t) + v_b(t) \longleftrightarrow \tilde{V}_a + \tilde{V}_b$$

の対応が成り立つ.

微分

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}v(t) &= \frac{d}{dt}(\sqrt{2}\tilde{V}e^{i\omega t}) \\ &= \sqrt{2}(i\omega\tilde{V})e^{i\omega t} \end{aligned}$$

よって,

$$\frac{d}{dt}v(t) \longleftrightarrow i\omega\tilde{V}$$

の対応が成り立つ.

積分

$$\begin{aligned} \int v(t)dt &= \int \sqrt{2}\tilde{V}e^{i\omega t}dt \\ &= \sqrt{2}\left(\frac{1}{i\omega}\tilde{V}\right)e^{i\omega t} \end{aligned}$$

よって,

$$\int v(t)dt \longleftrightarrow \frac{1}{i\omega}\tilde{V}$$

の対応が成り立つ.

R, L, C素子のインピーダンス

ある素子の流れる複素電圧 $v(t)$ と複素電流 $i(t)$ (複素数 i と紛らわしく申し訳ないが...) の関係の比例定数をインピーダンスと呼び一般的に Z と書く。

$$v(t) = Z \cdot i(t)$$

$v(t)$ と $i(t)$ はそれぞれ \tilde{V} , \tilde{I} に書き換えても良いので,

$$\tilde{V} = Z \cdot \tilde{I}$$

Z はもちろん一般的に複素数で, その実数部分を抵抗成分, 虚数部分をリアクタンスと呼ぶ。インピーダンス Z の逆数をしばしばアドミタンス Y と呼ぶ。

アドミタンスの実数成分をコンダクタンス G と呼ぶ。

$\text{Re}[Z]$ (Ω) : 抵抗成分

$Y \equiv 1/Z$ (S) : アドミタンス

$\text{Im}[Z]$ (Ω) : リアクタンス

$G \equiv \text{Re}[Y]$ (S) : コンダクタンス

単位 Ω

単位 S (ジーメンズ)

インピーダンスは $V = ZI$

インピーダンスは直列の時に繋ぐと比例して大きくなる。

アドミタンスは $I = YV$

アドミタンスは並列に繋ぐとそれに比例して大きくなる。

直列のインピーダンスと電圧電流 の関係を, 並列にして

電流と電圧の役割を逆にするとアドミタンスに関する式となる。

R, L, C素子のインピーダンス

抵抗のインピーダンス

抵抗に電圧 $V(t)$ を掛けた場合に流れる電流 $I(t)$ は, $V(t) = R \cdot I(t)$

$I(t)$ の複素電流を $i(t)$ とすると, $v(t) = R \cdot i(t)$

この式を複素振幅を使って書き換えると, $\tilde{V} = R \cdot \tilde{I}$

よって, 抵抗のインピーダンスは $Z = R$

周波数に対してインピーダンスの大きさは変化しない. 抵抗 R の逆数をしばしばコンダクタンス G と呼ぶ
抵抗の単位は Ω (オーム) で, コンダクタンスの単位は S(ジーメンズ) である.

R, L, C素子のインピーダンス

コンデンサー

コンデンサーに電圧 $V(t)$ を掛けた場合に流れる電流 $I(t)$ は,

$$V(t) = \frac{1}{C} \int I(t) dt \quad v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

この式を複素振幅を使って書き換えると、前述したように積分には

$$\int i(t) dt \longleftrightarrow \frac{1}{i\omega} \tilde{I} \quad \text{という関係があるので, } \tilde{V} = \frac{1}{i\omega C} \tilde{I} \quad \text{となる.}$$

よって、コンデンサーのインピーダンスは $Z = \frac{1}{i\omega C}$

虚数部分しかないなので、これを「容量リアクタンス」と呼んだりする。

周波数が高くなるとインピーダンスが小さくなる。

高周波に対しては導通、低周波 (極端な例は DC) に対しては絶縁となる。

$$\tilde{V} = \frac{1}{i\omega C} \tilde{I} = \frac{1}{C} e^{-i\pi/2} \tilde{I}$$

電流に対して電圧は位相が 90 度遅れることを意味する。

電流が $-I_0 \sin(\omega t)$ であれば、電圧は $V_0 \cos(\omega t)$

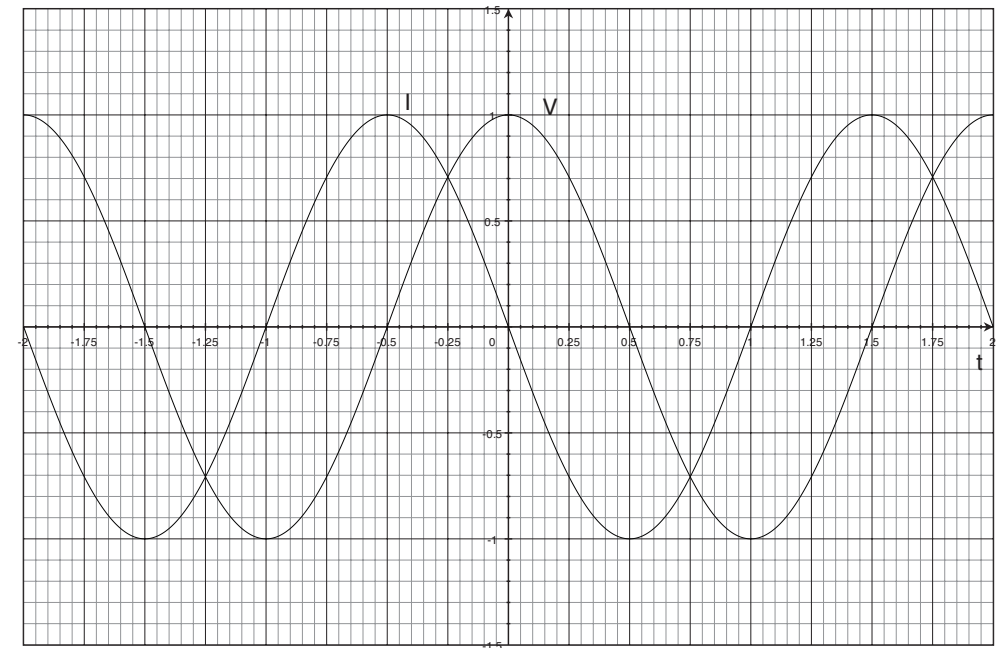


図 2.1: コンデンサーに掛ける電圧と流れる電流の位相の関係。

R, L, C素子のインピーダンス

インダクタ (コイル)

インダクタはコイルの働きを抽象化したものである。まあ、コイルと言って問題はない。

インダクタに電圧 $V(t)$ を掛けた場合に流れる電流 $I(t)$ は、

$$V(t) = L \frac{d}{dt} I(t) \quad v(t) = L \frac{d}{dt} i(t) \quad L \text{ のことをインダクタンスと呼ぶ.}$$

この式を複素振幅を使って書き換えると、前述したように微分には

$$\frac{d}{dt} i(t) \longleftrightarrow i\omega \tilde{I} \quad \text{という関係があるので, } \tilde{V} = i\omega L \cdot \tilde{I} \quad \text{となる.}$$

よって、インダクタのインピーダンスは $Z = i\omega L$

コンデンサー同様これも虚数部分しかない。

周波数が高くなるとインピーダンスは大きくなる。

高周波に対しては絶縁，低周波 (極端な例は DC) に対しては導通となる。

$$\tilde{V} = i\omega L \tilde{I} = L e^{i\pi/2} \tilde{I}$$

電流に対して電圧は位相が 90 度進むことを意味する。

「90 度進む」とは、たとえば波形のピークが先に来る、

この場合は、電流に対して電圧のピークが先に来る、

電流が $I_0 \sin(\omega t)$ であれば、電圧は $V_0 \cos(\omega t)$ という位相関係になる

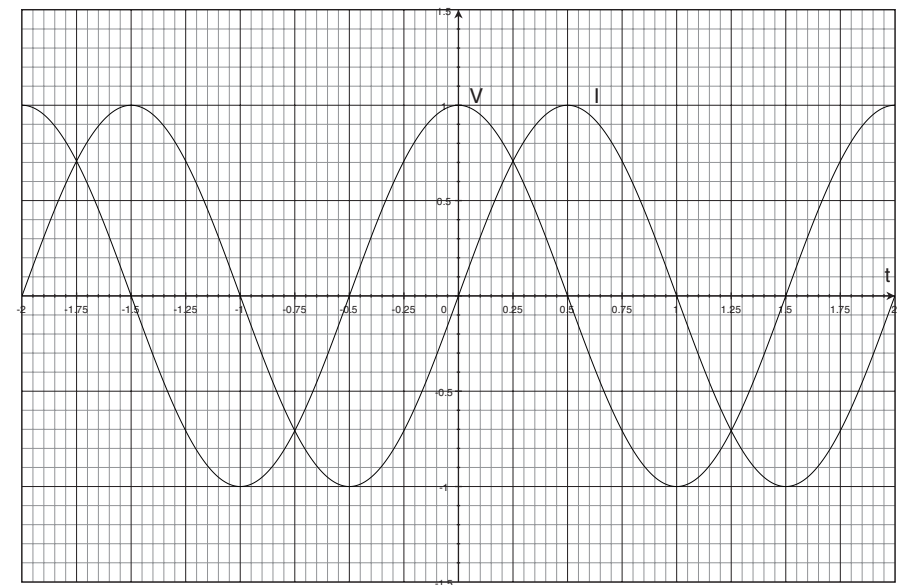
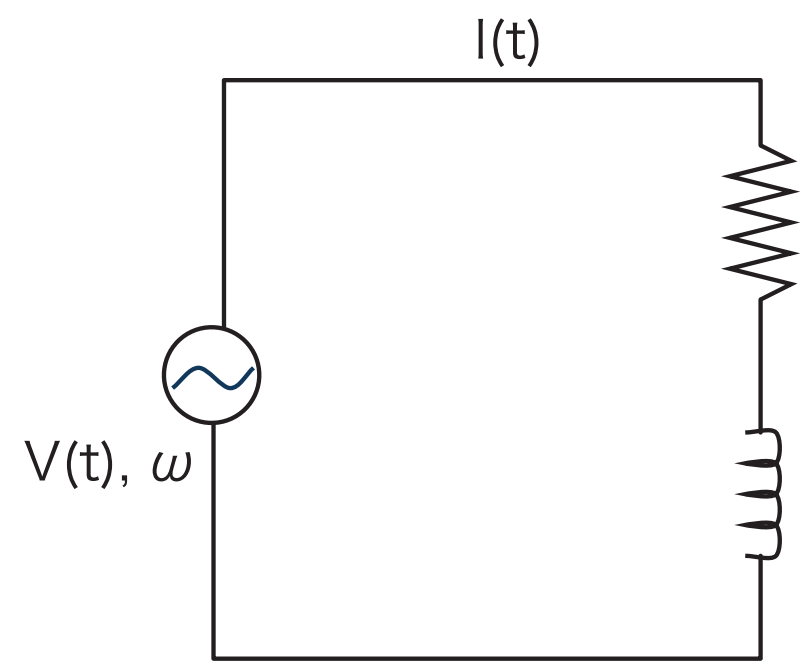


図 2.2: インダクタ (コイル) に掛ける電圧と流れる電流の位相の関係。

回路方程式の解

抵抗 R とコイル L を直列に繋ぎ、
周波数 ω の正弦波動的な電圧
 $V(t) = \text{Re}[V_0 \cdot e^{i\omega t}]$ を加えた場合に
流れる電流 $I(t)$ について解いてみる



微分方程式を使う

この回路の式は、

$$V(t) = R \cdot I(t) + L \frac{dI(t)}{dt} \quad v(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

これに

$$v(t) = V_0 e^{i\omega t} \quad i(t) = I_0 e^{i(\omega t + \phi)}$$

を代入すると、

$$V_0 e^{i\omega t} = (R + i\omega L) e^{i\phi} I_0 e^{i\omega t}$$

$$V_0 = (R + i\omega L) e^{i\phi} I_0 = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} e^{i \cdot \text{atan}(\omega L/R)} e^{i\phi} I_0$$

両辺は実数なので、位相のずれ ϕ と、電流の振幅 I_0 と電圧 V_0 の振幅の関係は

$$\phi = -\text{atan}(\omega L/R) \quad I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

よって、

$$i(t) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{-i \cdot \text{atan}(\omega L/R)} \cdot e^{i\omega t} \quad I(t) = \text{Re}[i(t)]$$

抵抗 R およびコイル L の電圧はそれぞれ

$$V_R = R \cdot I(t) \quad V_L = L \frac{dI(t)}{dt}$$

複素振幅を使う

前述した複素振幅や微分との対応関係を使うと、

$$V(t) = R \cdot I(t) + L \frac{dI(t)}{dt}$$

$$v(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

は、

$$\tilde{V} = R\tilde{I} + i\omega L\tilde{I} = (R + i\omega L)\tilde{I}$$

$$= \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} e^{i \cdot \text{atan}(\omega L/R)} \tilde{I}$$

$$\tilde{I} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{-i \cdot \text{atan}(\omega L/R)} \tilde{V}$$

投入電圧に対する、
電流の絶対値と位相差が求まる。

$$\phi = -\text{atan}(\omega L/R)$$

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

回路方程式の解

R, C, L の直列回路

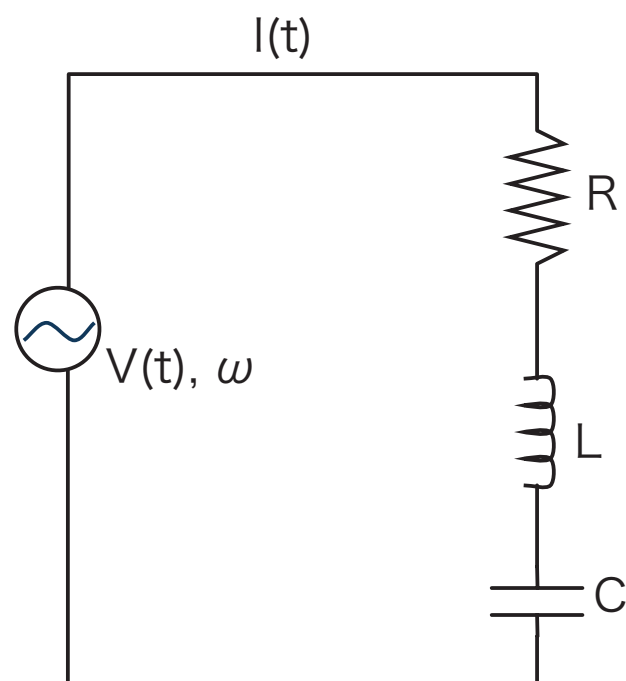
R と L 程度ならまだましだし、前述の微分方程式は既に複素数を使っており少し楽をしたが、これを実数だけで三角関数を使用し、さらに C を加えたりするとまじめにやるのがおっくうになる位面倒になる。しかし、複素振幅を使用すると、R, C, L の直列回路は、

$$V(t) = R \cdot I(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int I(t) dt \tag{2.79}$$

$$v(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt \tag{2.80}$$

$$\tilde{V} = \left(R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \right) \tilde{I} \tag{2.81}$$

となり見通しが良くなる。特に示さないが、 V_0 と I_0 の関係、位相の遅れなども簡単に求めることができる。結局のところ、それぞれ素子のインピーダンスを普通の抵抗のように直列と並列の合成の計算を行なうことで、簡単に解ける。



合成インピーダンス

R, C, L 直列回路の場合,

$$\tilde{V} = \left(R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \right) \tilde{I}$$

$$\tilde{V} = Z \cdot \tilde{I}$$

なので, 合成インピーダンス Z は

$$Z = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}$$

となる. これは良く見ると, 合成抵抗を計算する方法で, 抵抗をコンデンサーやコイルにただただとわかる. 上記の例以外の回路でも全く同じように計算できる.

位相差よりも電圧電流の振幅の関係を問題にする場合が多い. 上記の R, C, L 直列回路の場合は,

$$V_0 = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \cdot I_0$$

となる. これは上の合成インピーダンスで考えると,

$$V_0 = |Z| I_0$$

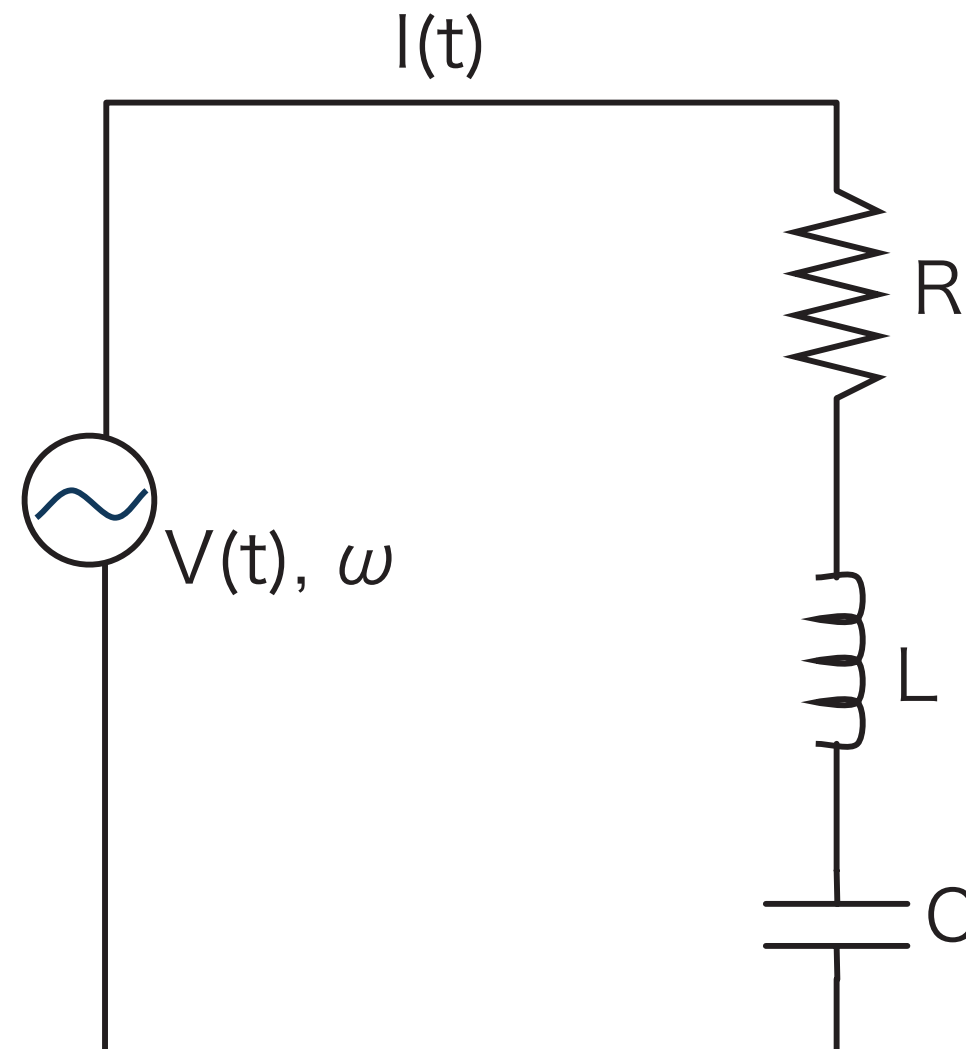
$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

ということである.

R, C, L 直列回路では,

$$\omega_0 L = 1/\omega_0 C \quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

を満たす ω_0 の時にインピーダンスが最小になる. すなわち, 電流振幅が最大になる.



回路方程式の解

コイルやコンデンサーのインピーダンスの大きさは周波数依存性を持ち、それらの合成インピーダンスも周波数依存性を持つ。ということは、一定の電圧振幅を与えても、周波数によって電流の振幅は変化する。

結局、コイル、コンデンサーの混じった回路の電流と電圧の関係について求めるには、

- (1) 複素インピーダンスを使い合成抵抗と同じ手法で合成インピーダンスを計算する、
- (2) 振幅は合成インピーダンスの絶対値で計算する、

これまでは単一の周波数について問題にした。任意の波形についても上記の線形結合に過ぎない。すなわち、

- (1) 任意の投入電圧波形に対してフーリエ変換を施し、
- (2) それぞれの周波数成分について合成インピーダンスを計算、
- (3) 位相も含めてそれぞれの周波数成分に付いて電流を求め、
- (4) 線形に足す、

ことで波形を求めることが出来る。

L, R, Cを用いた様々な回路

フィルター回路

信号を処理する上で、ある周波数成分のみを取り出すことをフィルター回路と呼ぶ。

RC 微分回路 (ハイパスフィルター)

$$\tilde{V}_{out} = \tilde{V}_{in} \frac{R}{(1/i\omega C) + R} = \tilde{V}_{in} \frac{1}{(1/i\omega CR) + 1}$$

$$\omega_0 CR = 1, \omega_0 = 1/CR$$

$\omega \rightarrow 0$ の極限では、

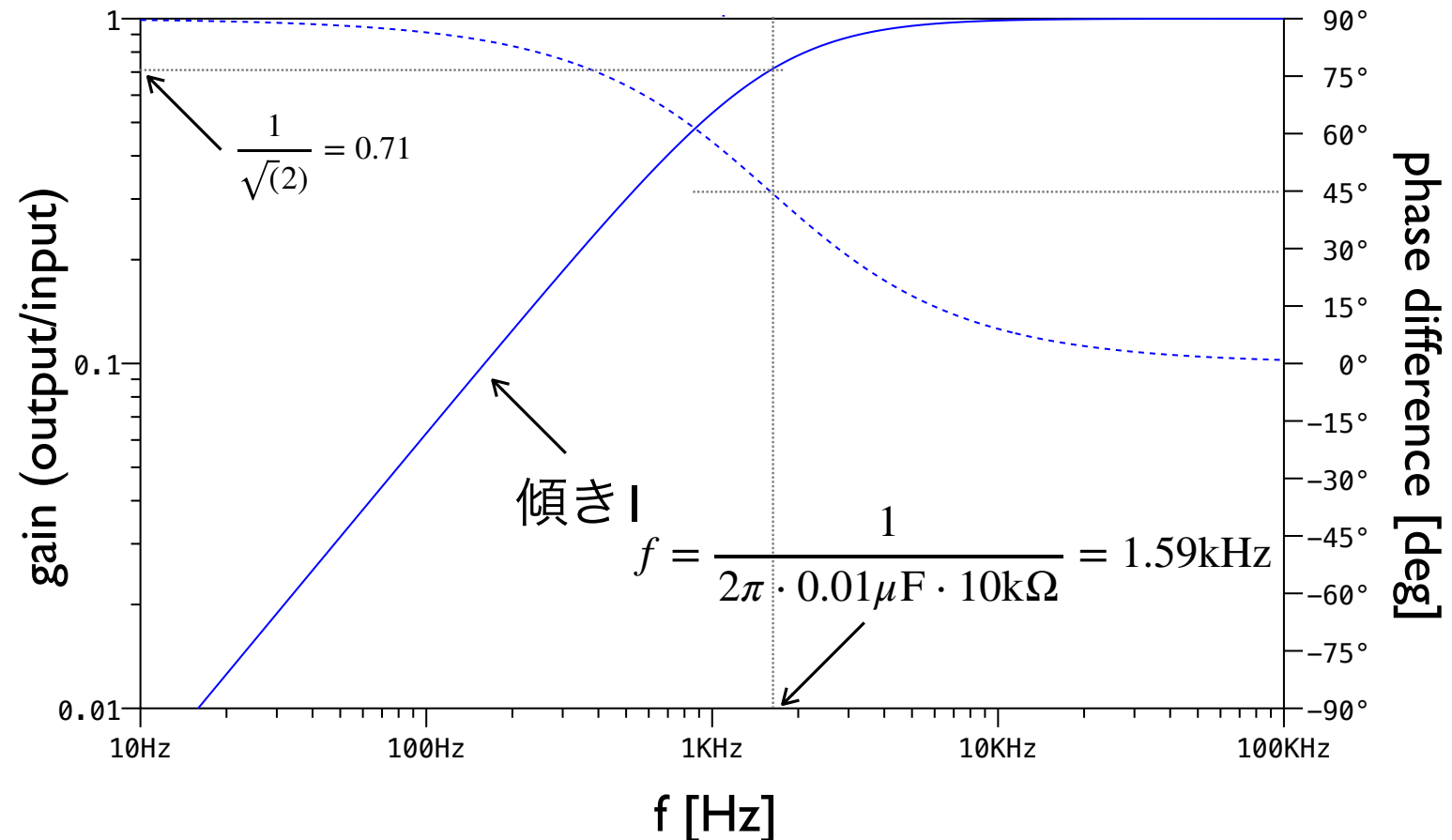
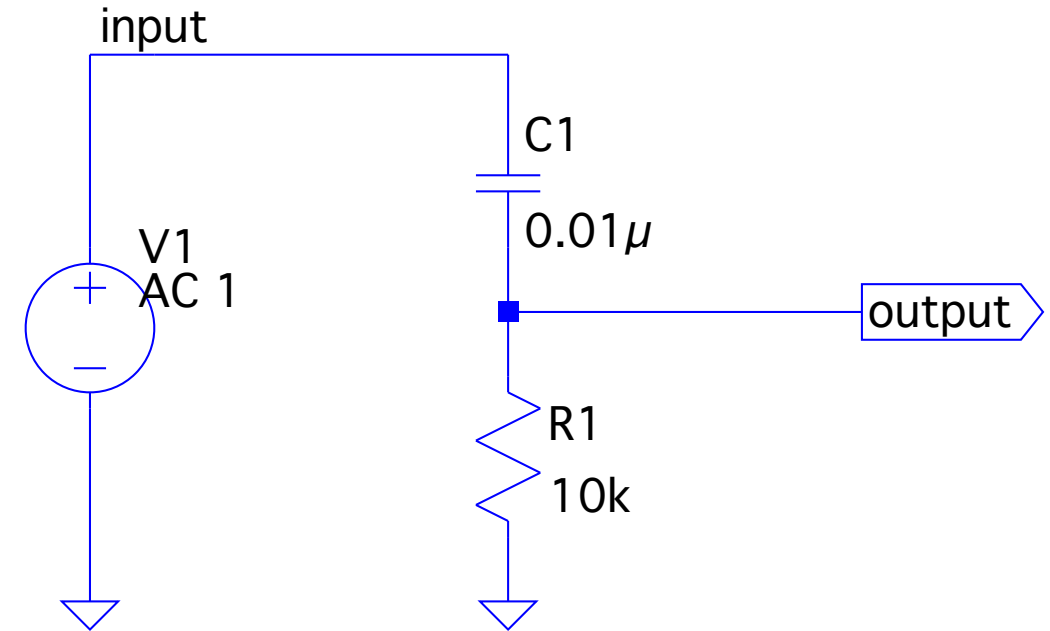
$$\omega \rightarrow 0 \implies \tilde{V}_{out} \rightarrow \tilde{V}_{in} \cdot i\omega CR = \omega CR \cdot e^{i\pi/2} \cdot \tilde{V}_{in}$$

\tilde{V}_{in} に比べ \tilde{V}_{out} が 90 度位相が進む (オシロスコープで見ると左側に寄る)。

振幅の絶対値だけと比較

$$\omega \rightarrow 0 \implies |\tilde{V}_{out}/\tilde{V}_{in}| \rightarrow \omega CR$$

$$\omega \rightarrow \infty \implies \tilde{V}_{out} \rightarrow \tilde{V}_{in}$$



L, R, Cを用いた様々な回路

RC 積分回路 (ローパスフィルター)

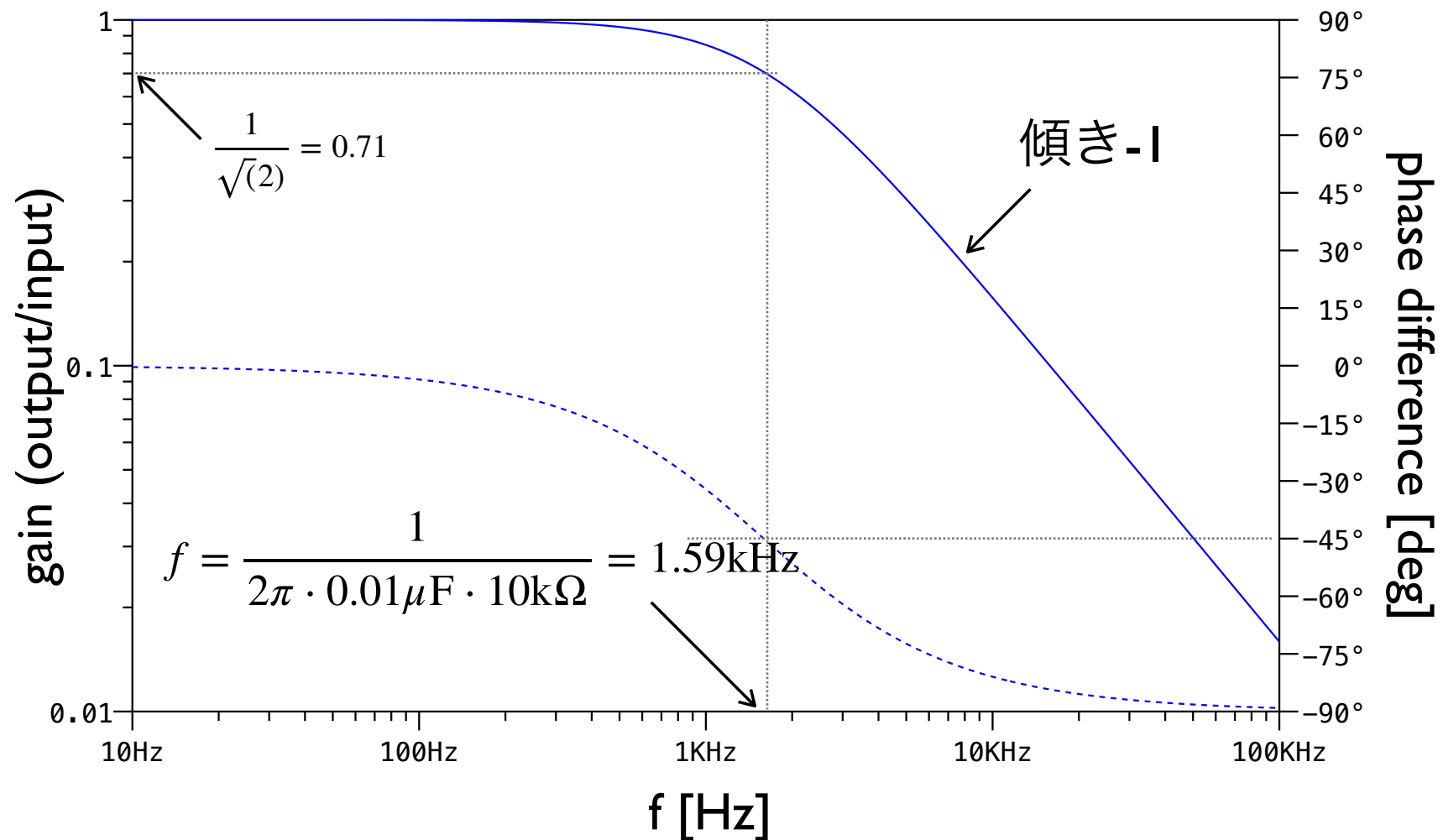
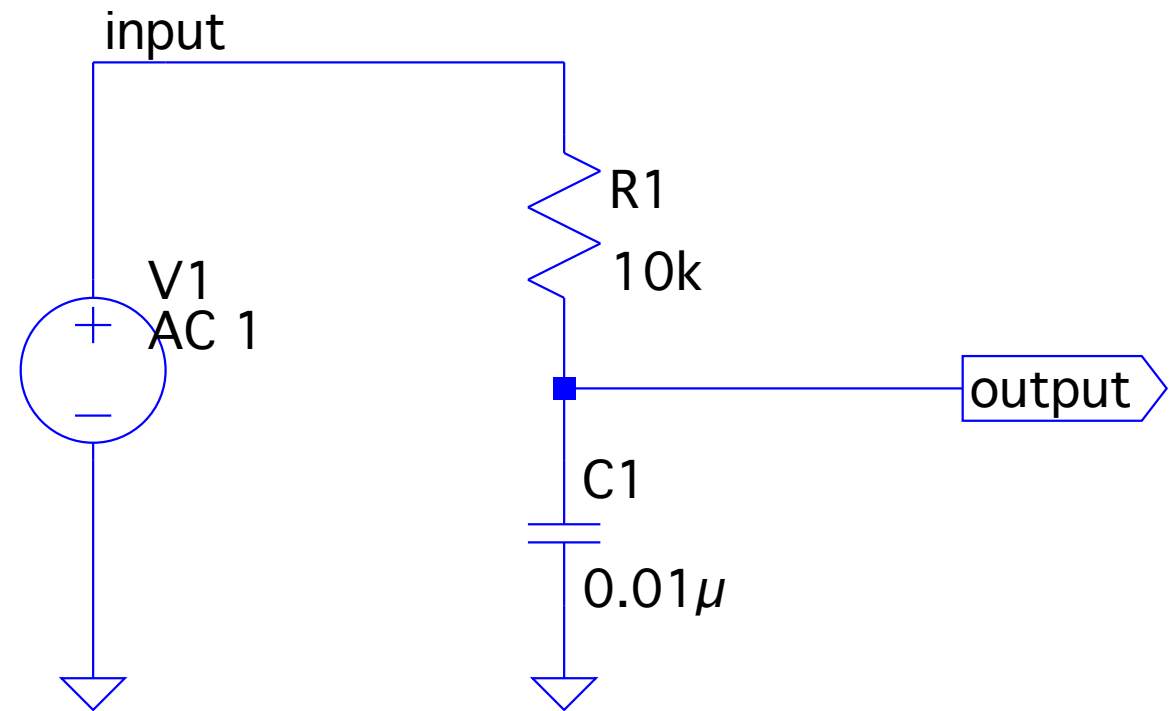
$$\tilde{V}_{out} = \tilde{V}_{in} \frac{1/i\omega C}{(1/i\omega C) + R} = \tilde{V}_{in} \frac{1}{1 + i\omega RC}$$

$$\omega_0 CR = 1, \omega_0 = 1/CR$$

であり,

$$\omega \rightarrow 0 \implies |\tilde{V}_{out}/\tilde{V}_{in}| \rightarrow 1$$

$$\omega \rightarrow \infty \implies |\tilde{V}_{out}/\tilde{V}_{in}| \rightarrow 1/\omega CR$$



L, R, Cを用いた様々な回路

LR ローパスフィルター回路

$$\tilde{V}_{out} = \tilde{V}_{in} \frac{R}{(i\omega L) + R} = \tilde{V}_{in} \frac{1}{1 + i\omega(L/R)}$$

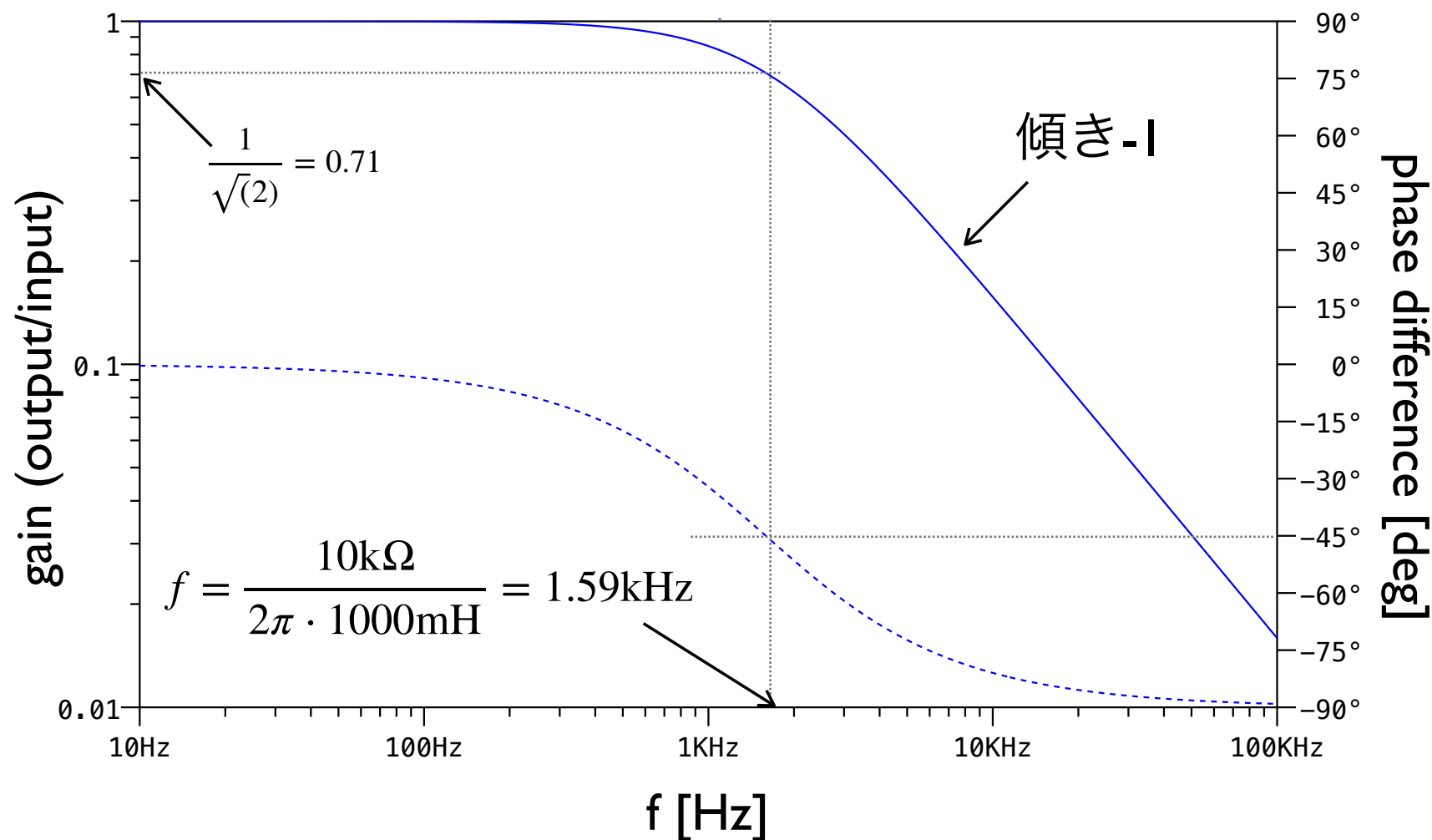
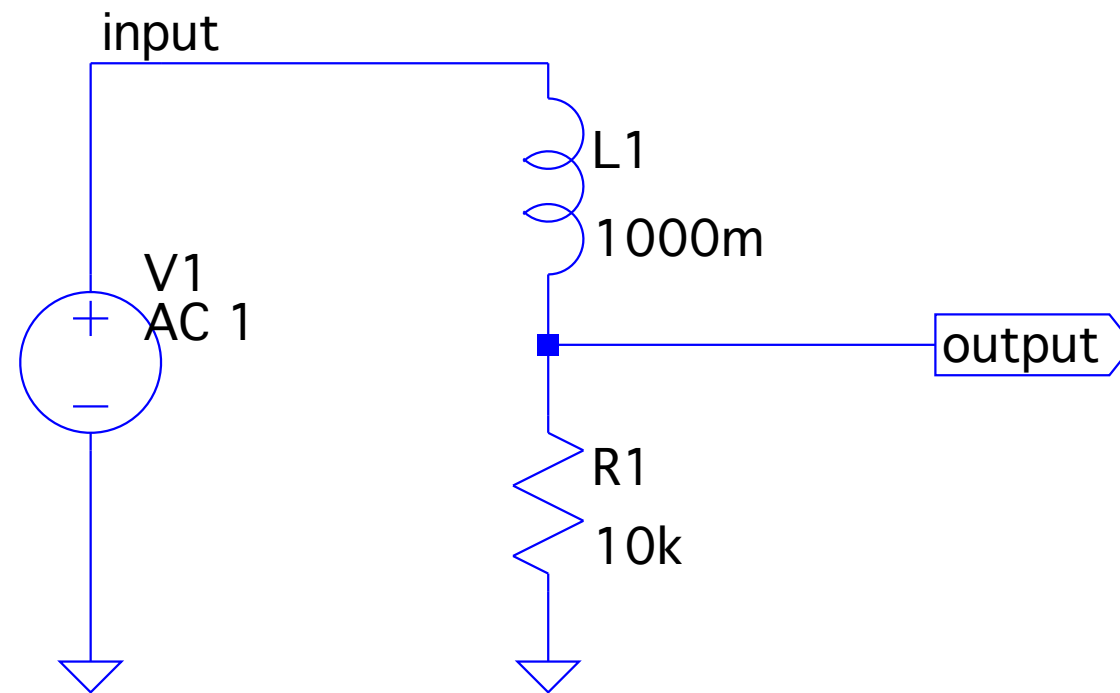
$$\omega_0(L/R) = 1, \omega_0 = R/L$$

であり,

$$\omega \rightarrow 0 \implies |\tilde{V}_{out}/\tilde{V}_{in}| \rightarrow 1$$

$$\omega \rightarrow \infty \implies |\tilde{V}_{out}/\tilde{V}_{in}| \rightarrow R/\omega L$$

となる.



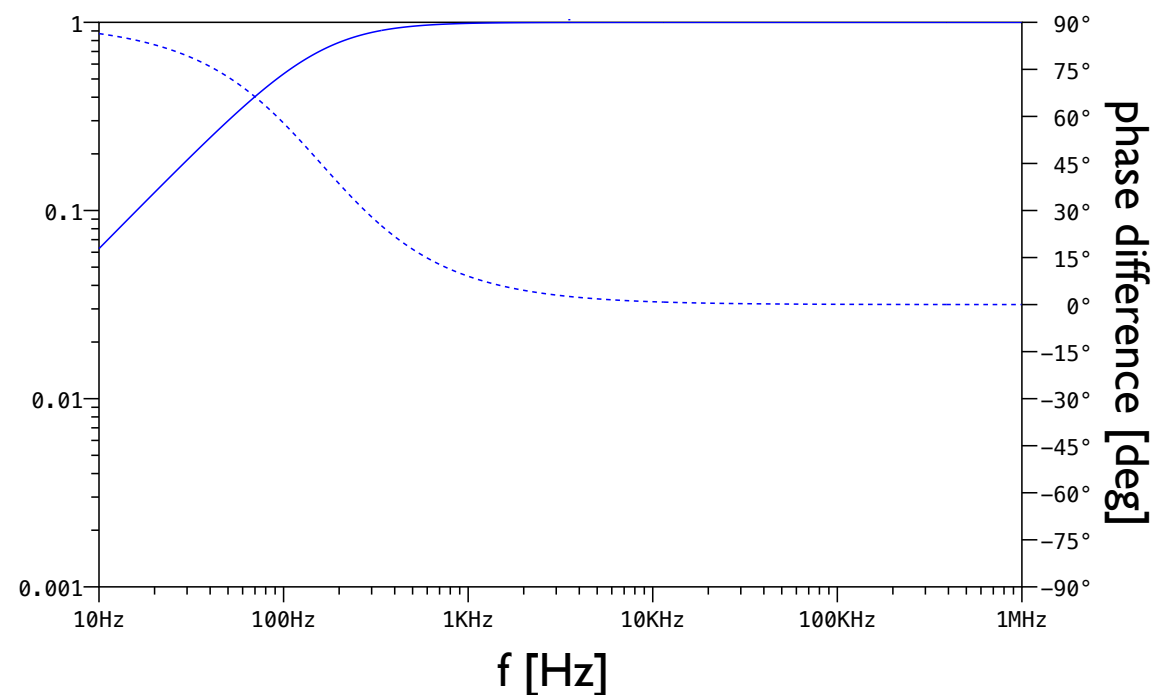
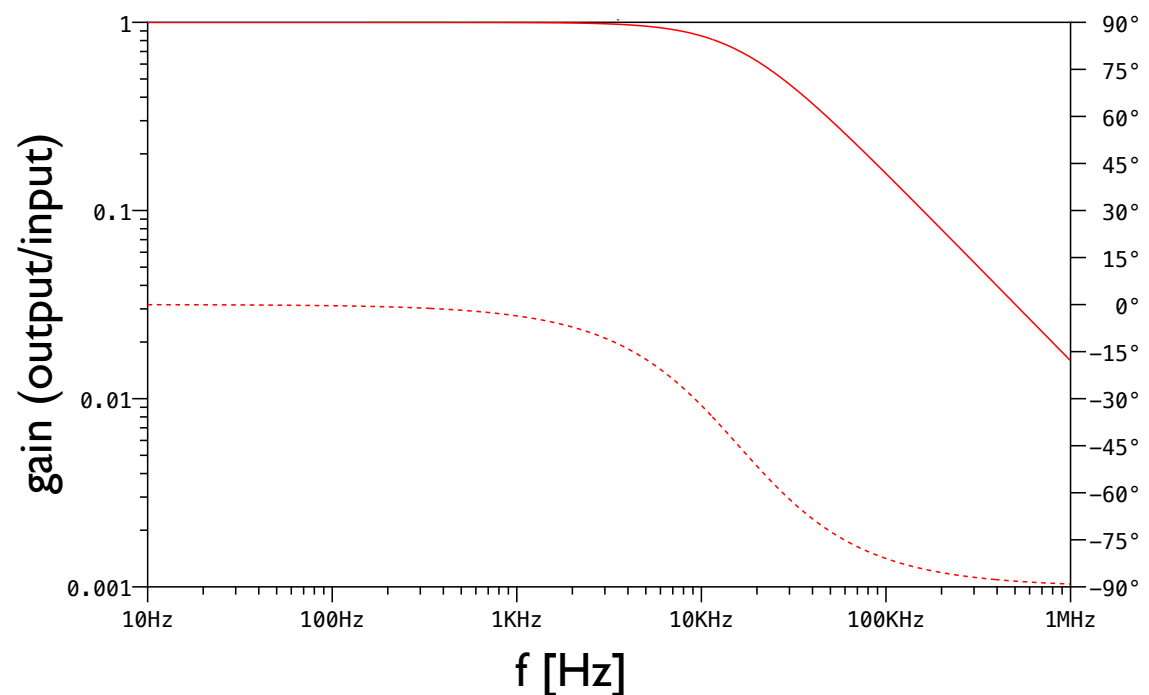
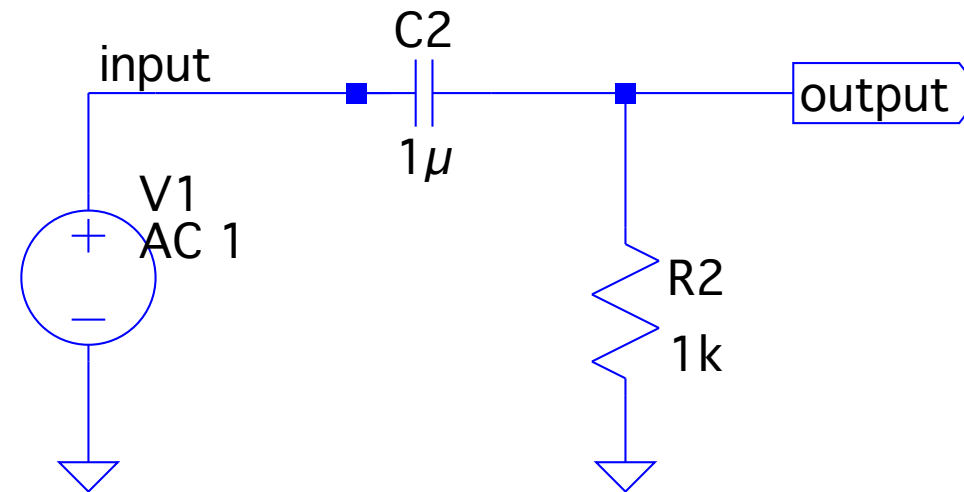
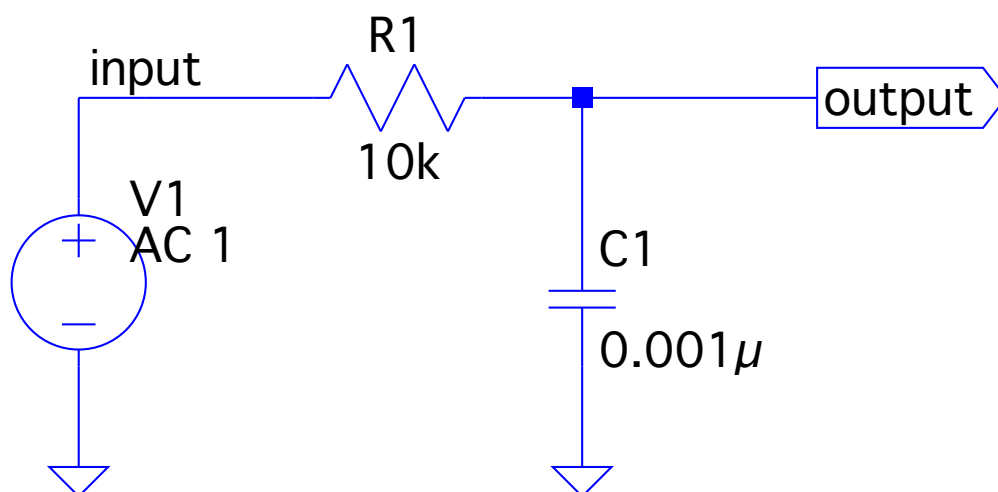
L, R, Cを用いた様々な回路

単純では無い話: RC バンドパスフィルター回路

この回路を単純に考えると, 前段の RC 積分回路 (ローパスフィルター) に後段として RC 微分回路 (ハイパスフィルター) が接続されていると見える. よって全体の周波数特性は, RC 積分回路の周波数特性と RC 微分回路の周波数特性を掛け合わせた形になり,

$$\omega_1 = 1/R_1C_1, \omega_2 = 1/R_2C_2 \quad \omega_1 < \omega_2$$

と予想される.



L, R, Cを用いた様々な回路

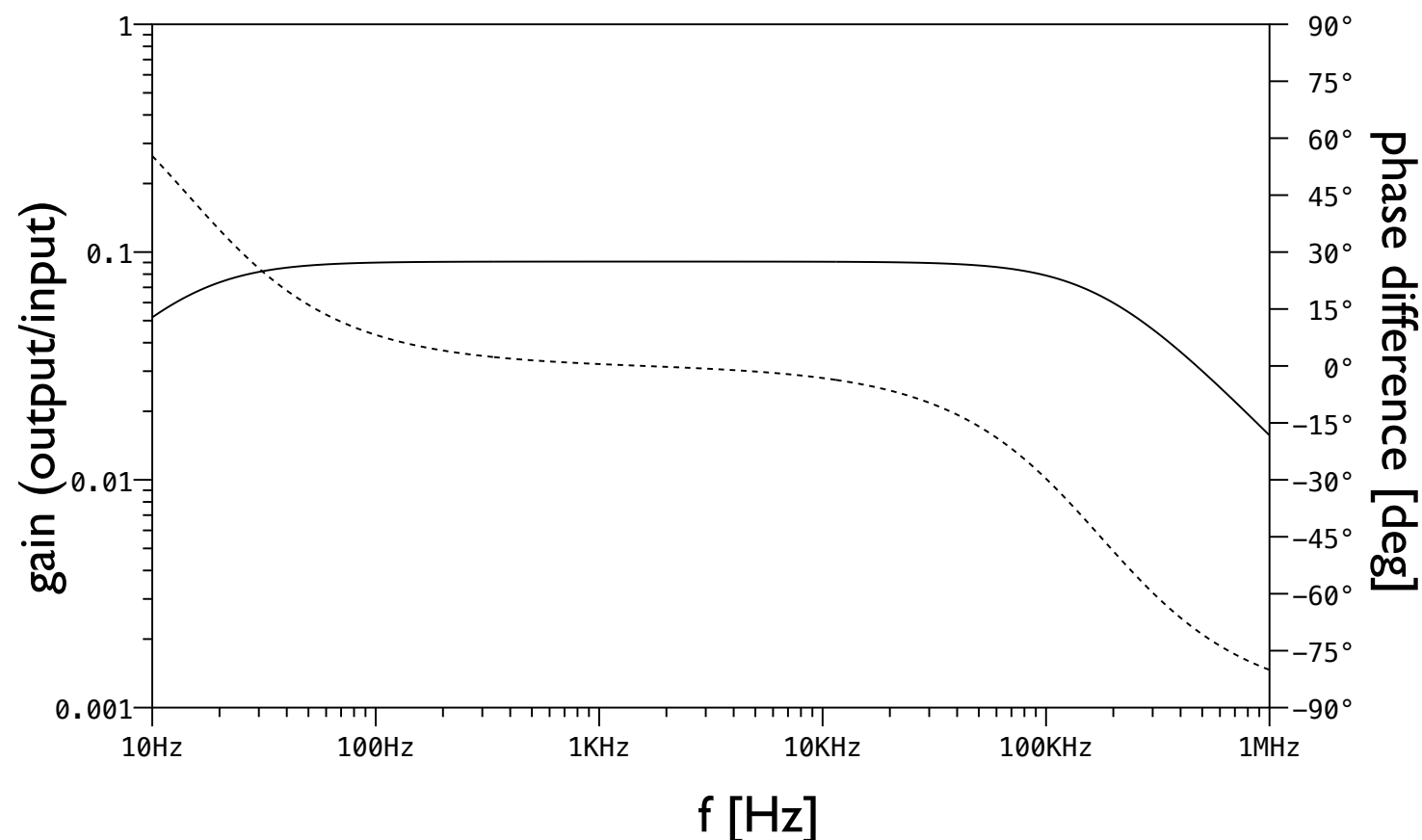
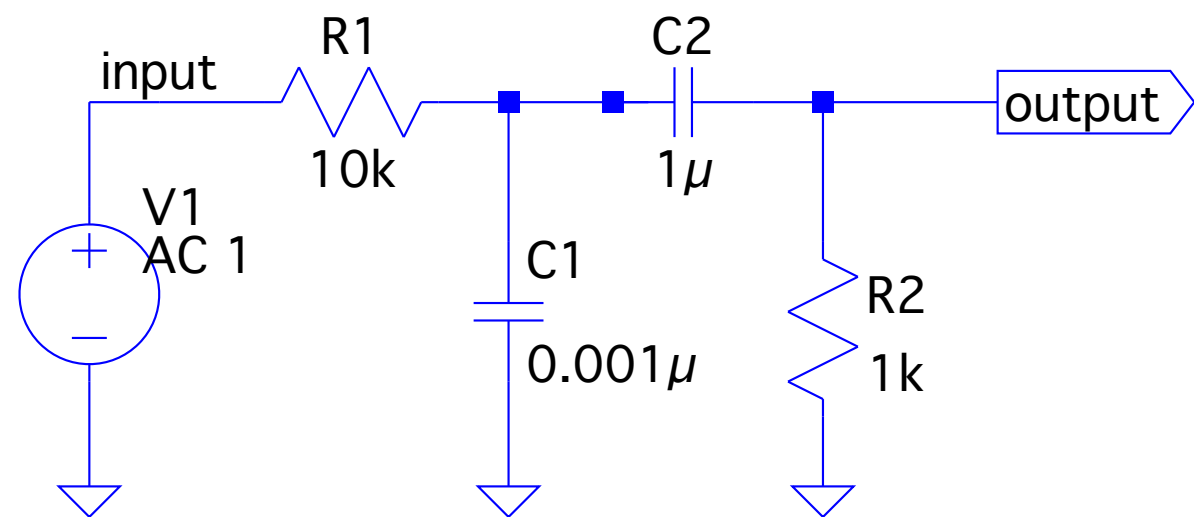
単純では無い話: RC バンドパスフィルター回路

しかし, 実際にはそう単純ではない.

前段と後段でお互いが持っているインピーダンスがそれぞれに無視できないためである.

後段の RC 微分回路のインピーダンスが前段の C_1 に比べて小さい場合は, 前段に影響を与えてしまう. つまり, 周波数やパラメータの選択によっては, 一体として考える必要があり得る.

両者の間にインピーダンスの影響を無視できるように, インピーダンス変換の回路 (例えばオペアンプのバッファ回路) を追加すればうまく動く.



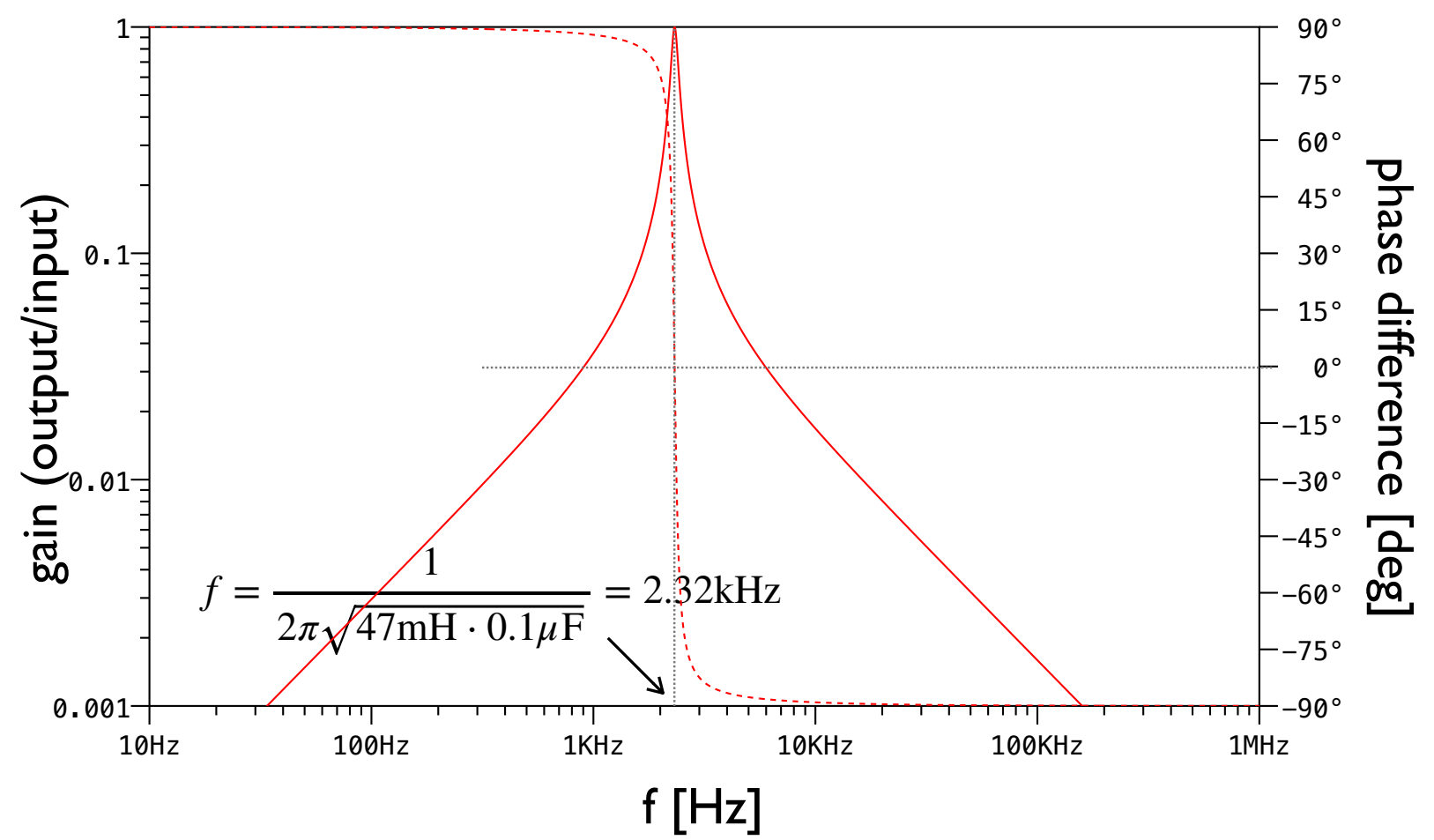
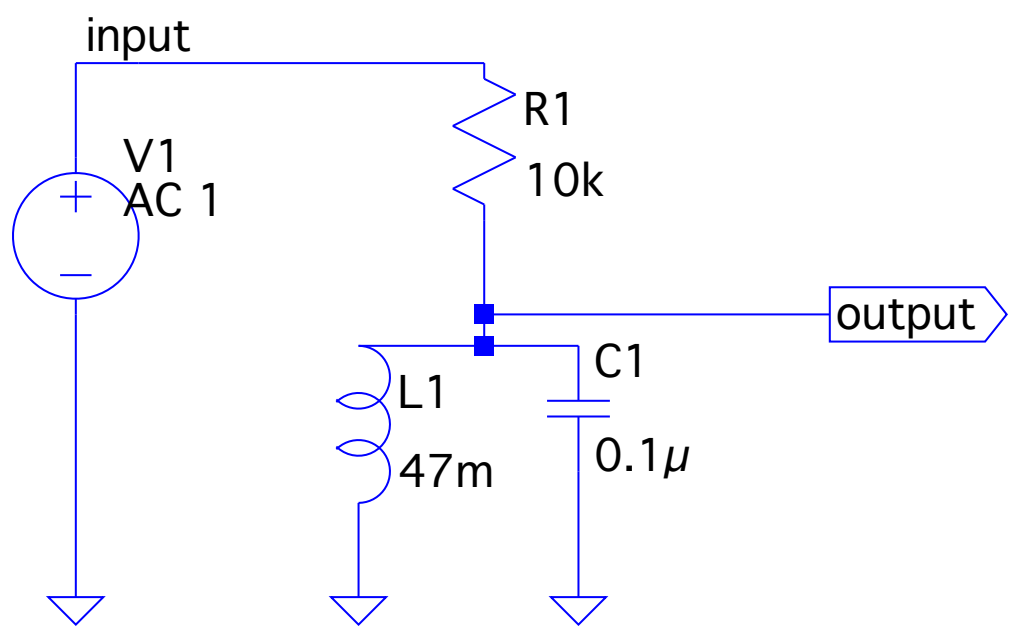
共振回路

LC 共振回路 並列型

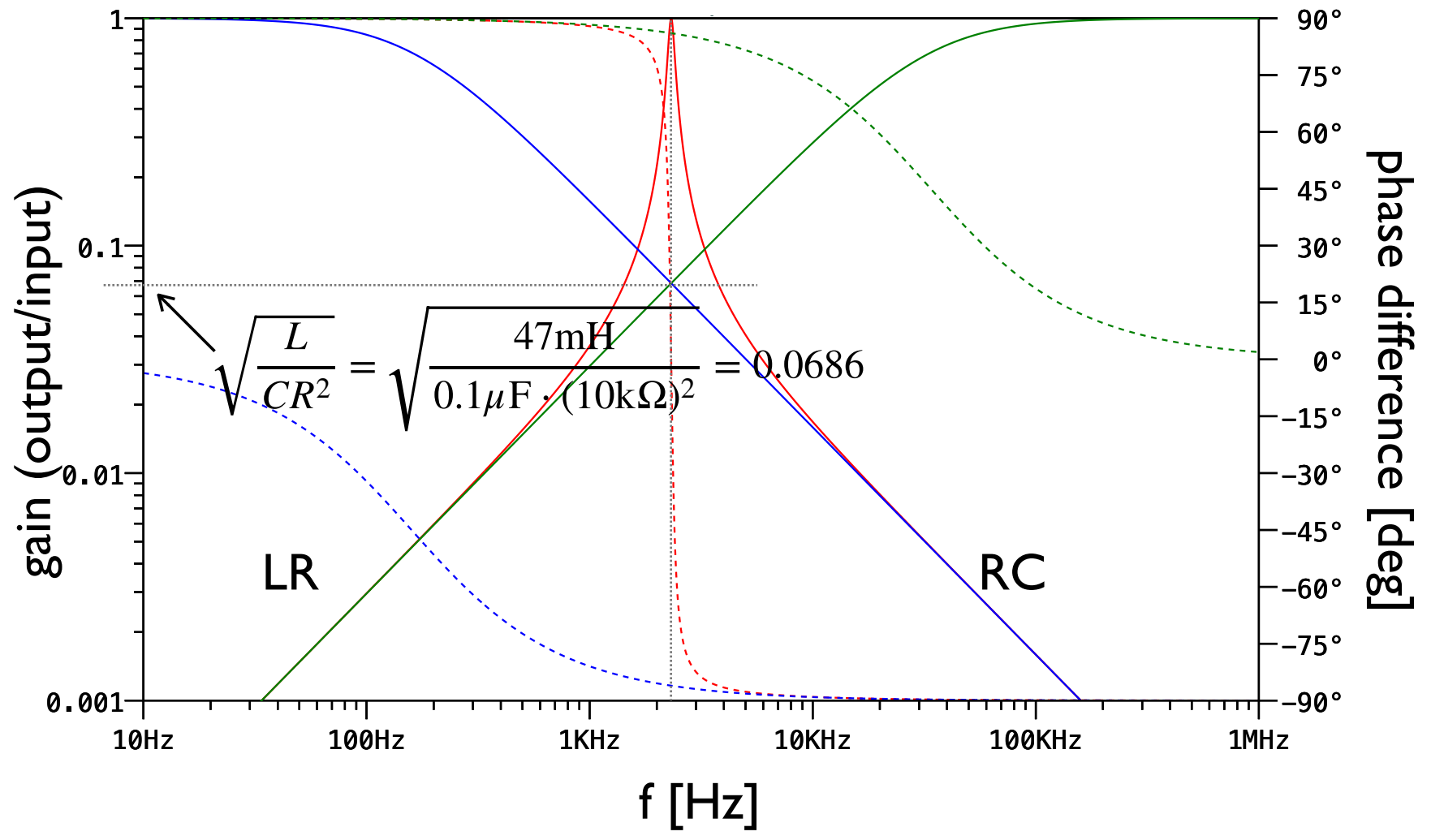
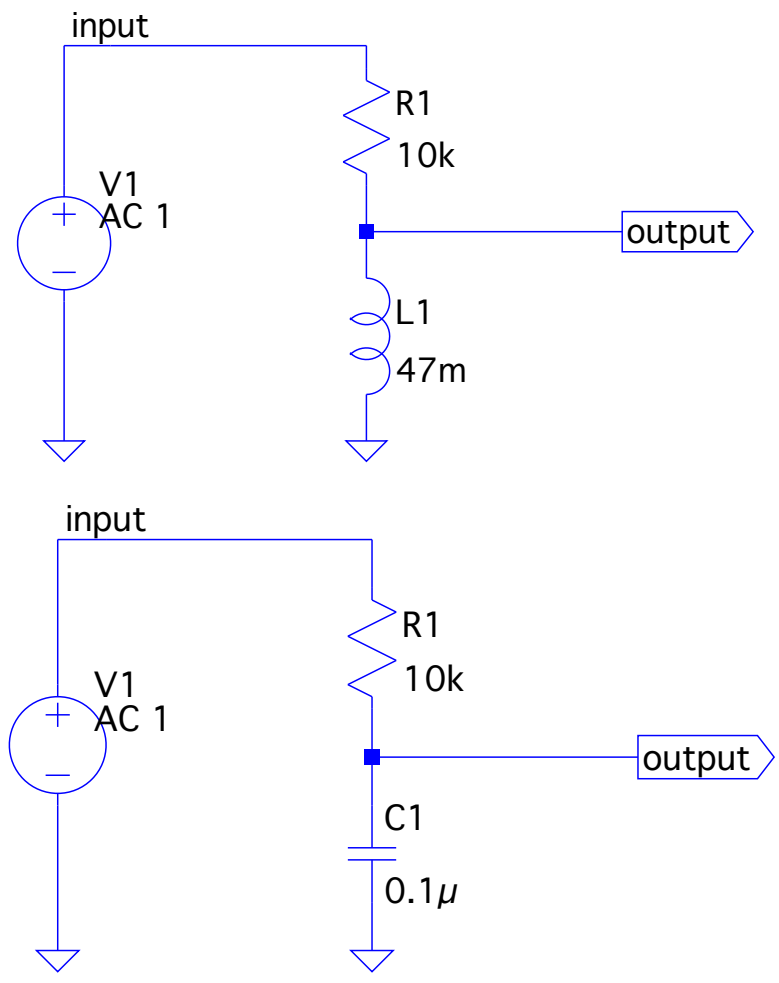
周波数特性を見ると、低周波数側が R と L による微分回路特性、
 高周波数側が R と C による積分回路特性を示している。
 中間は L と C の共振

$$\tilde{V}_{out} = \tilde{V}_{in} \frac{\frac{1}{i\omega C + \frac{1}{i\omega L}}}{\frac{1}{i\omega C + \frac{1}{i\omega L}} + R} = \tilde{V}_{in} \frac{i\omega / RC}{(1/LC) - \omega^2 + (i\omega / RC)}$$

共振周波数 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
 この共振周波数では $\tilde{V}_{out} = \tilde{V}_{in}$
 ゲインのみならず位相も一致



共振回路



共振回路

LC 共振回路 並列型

この状態は次のように理解できる。C と L は並列接続されている。

電圧は一致する一方で、電圧に対する電流の位相はそれぞれ 90 度進む (C), 90 度遅れる (L)。

L と C に流れる電流がちょうど打ち消し合う周波数が存在する。

これを式で示すと、まず C と L のそれぞれの電圧は

$$\tilde{V}_{\text{out}} = i\omega L \cdot \tilde{I}_L = \frac{1}{i\omega C} \cdot \tilde{I}_C$$

よって、

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{という周波数では}$$

$$i\omega_0 L \cdot \tilde{I}_L = \frac{1}{i\omega_0 C} \cdot \tilde{I}_C$$

$$i\sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \tilde{I}_L = -i\sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \tilde{I}_C$$

となり、

$$\tilde{I}_L + \tilde{I}_C = 0 \quad \text{となる。}$$

周波数 $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ では、L と C で電流が完結する。

これは以下のことを意味する。

初期状態として、L, C 共に電流は 0 で、C には電荷は蓄えられていないとする。

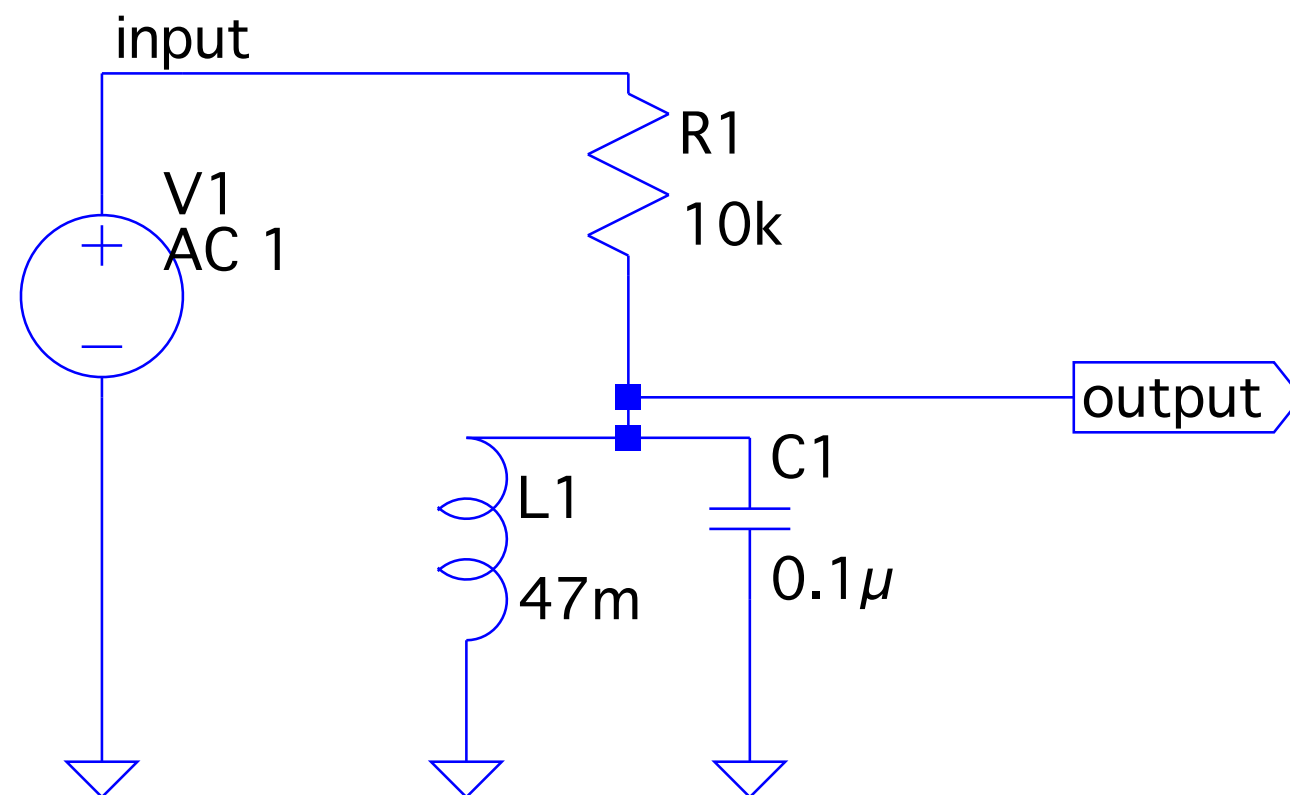
ある時、 ω_0 の周波数を持つ \tilde{V}_{in} が印加され始めたとする。

最初は R を介した電流が C および L に流れ、共振が始まる。

$\tilde{V}_{\text{out}} = \tilde{V}_{\text{in}}$ となったところで、入力と R から電流が流れて来る必要がなくなる。

R には電流は流れなくなる。それ以降、定常状態として C と L では共振状態が続く。

$\tilde{V}_{\text{out}} = \tilde{V}_{\text{in}}$ であるからゲインは 1 と理解できる。



パソコンと電源フィルター

パソコン

DC 電源から基盤上の IC に電源を供給することを考えてみよう。各 IC の電源消費電流は一定ではなく、外からの信号に従い変化する。理想的にはパターン上の電源ラインは抵抗 0 なので、図 2.10 のような回路を組みたくなるし、理想的にはなんら問題はない。

しかし、実際の電源ラインは図 2.11 有限な抵抗、有限なインダクタンスが存在する。その結果、消費電流の瞬間的な増加（ラッシュカレントと呼ぶ）に追い付かなくなる。その結果、誤動作、他の IC へ電源経路を伝わるノイズとして悪影響を与えることになる。

別の言い方をすると、DC 電源に対する AC 的なインピーダンスが高いためにこのような問題が生ずる。そこで、図 2.12 のように物理的に各 IC のすぐ側に、電源ラインの V_{CC} と GND の間にコンデンサー（特にパソコンと呼ぶ）を挿入する方法が取られる。

これを電源ラインの AC 的なインピーダンスを下げ、外へノイズを巻き散らさないとも見ても良いし、消費電流のラッシュ的に増加した場合に、パソコンから電流を供給してもらおうとも見ても良い。いずれにしても、デジタル、アナログに関わらず、IC などある回路単位には必ずパソコンを入れるのがマナーである。実際のパソコンとしては $0.1\mu\text{F}$ 程度のセラミックコンデンサーあるいは、積層セラミックコンデンサーが良く使用される。

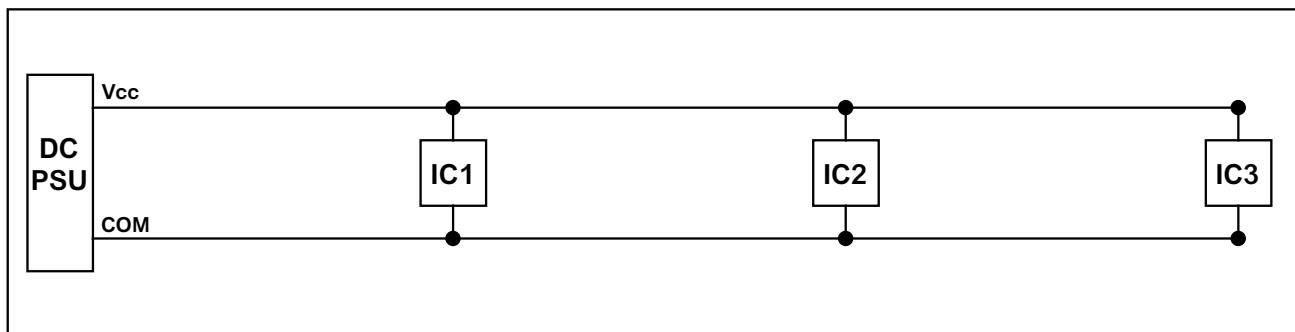


図 2.10: 理想的な電源ライン。

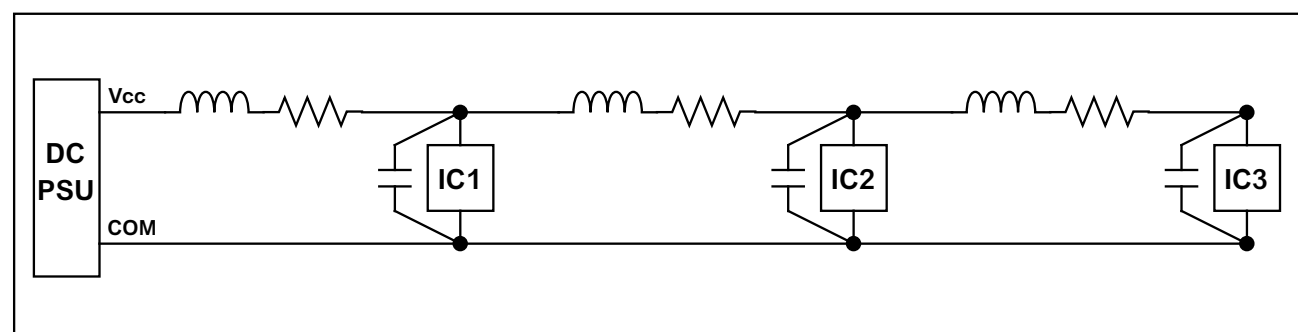


図 2.12: パソコンを挿入した電源ライン。

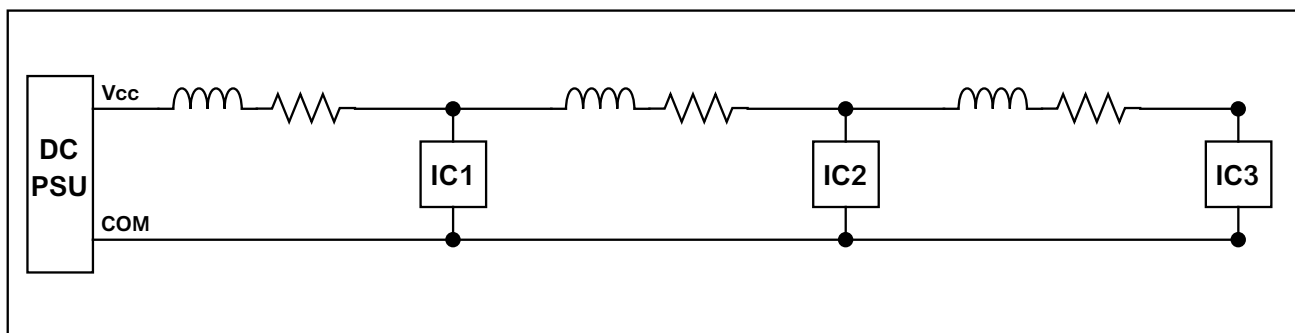


図 2.11: 現実的な電源ライン。

試してみよう

RC 微分および RC 積分回路を組んで、ファンクションジェネレーターから入力させ、出力波形を直接オシロスコープに入れて表示させる。

周波数を幾つか変えて、出力波形の振幅がどうなるか観測し、周波数特性を見る。

$R = 1.6k\Omega$, $C = (103) = 0.01\mu\text{F}$ の場合,

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 1/CR$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi CR} = \frac{1}{2\pi \cdot 1.6 \times 10^3 \Omega \cdot 0.01 \times 10^{-6} \text{F}} = 10\text{kHz}$$

となる。

試してみよう

図 2.9 の LC 共振回路を組んでみる。ファンクションジェネレーターから入力させ、出力波形を直接オシロスコープに入れて表示させる。周波数を幾つか変えて、出力波形の振幅がどうなるか観測し、周波数特性を見る。 $R = 10\text{k}\Omega$, $C = (104) = 0.1\mu\text{F} = 0.1 \times 10^{-6}\text{F}$, $L = (473) = 47\text{mH} = 47 \times 10^{-3}\text{H}$ の場合、

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (2.114)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{47 \times 10^{-3} \cdot 0.1 \times 10^{-6}}} = 2.3\text{kHz} \quad (2.115)$$

となる。

理想的には周波数 2.3kHz で入出力が一致する (図 2.13)。しかし実際にはそうならず 1 より小さい値にしかない。これは、コイルに内部抵抗があるため。マルチメータで測定すると 78Ω の内部抵抗が存在することがわかる。そこで、その値を入れてシミュレーションすると、確かに実験と一致する (図 2.14)。

これは、L での内部抵抗により電力が消費され、その消費電力をまかなうために R を介して入力電源から電流が流れ込んでいる、と解釈できる。

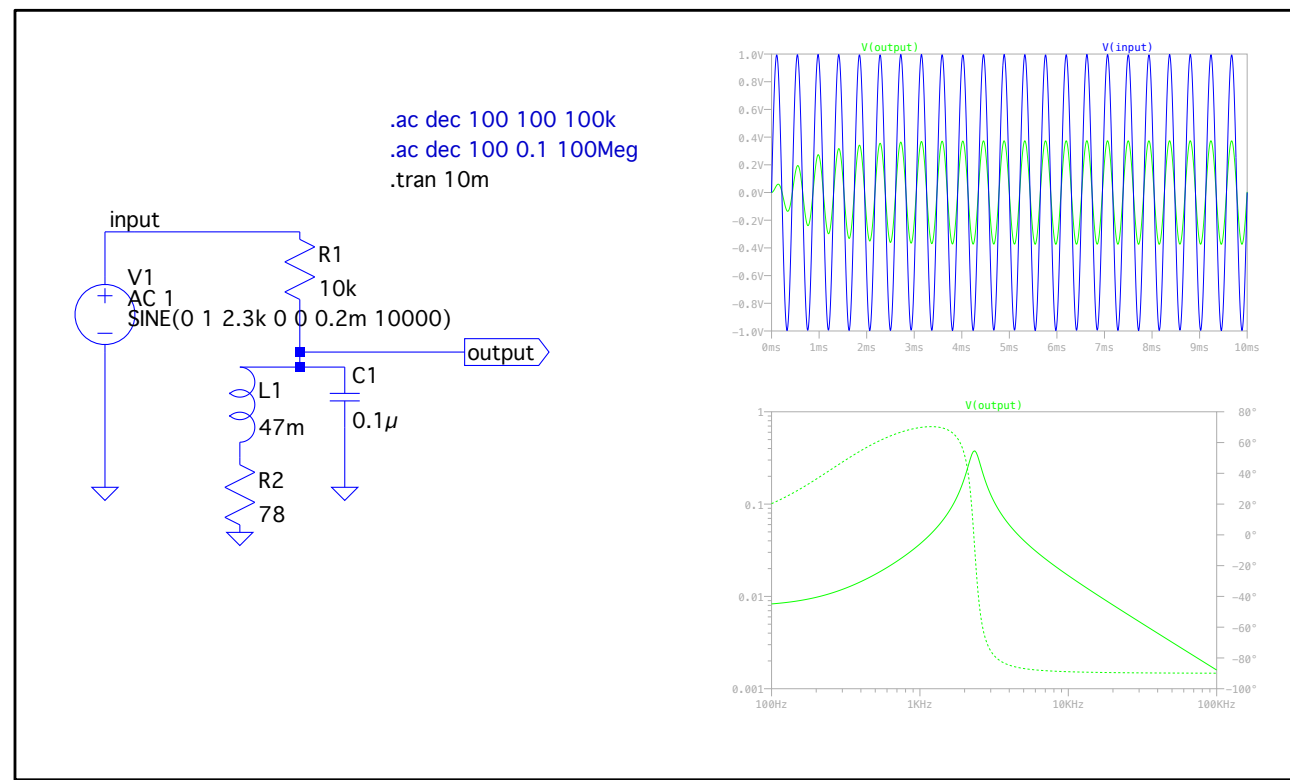
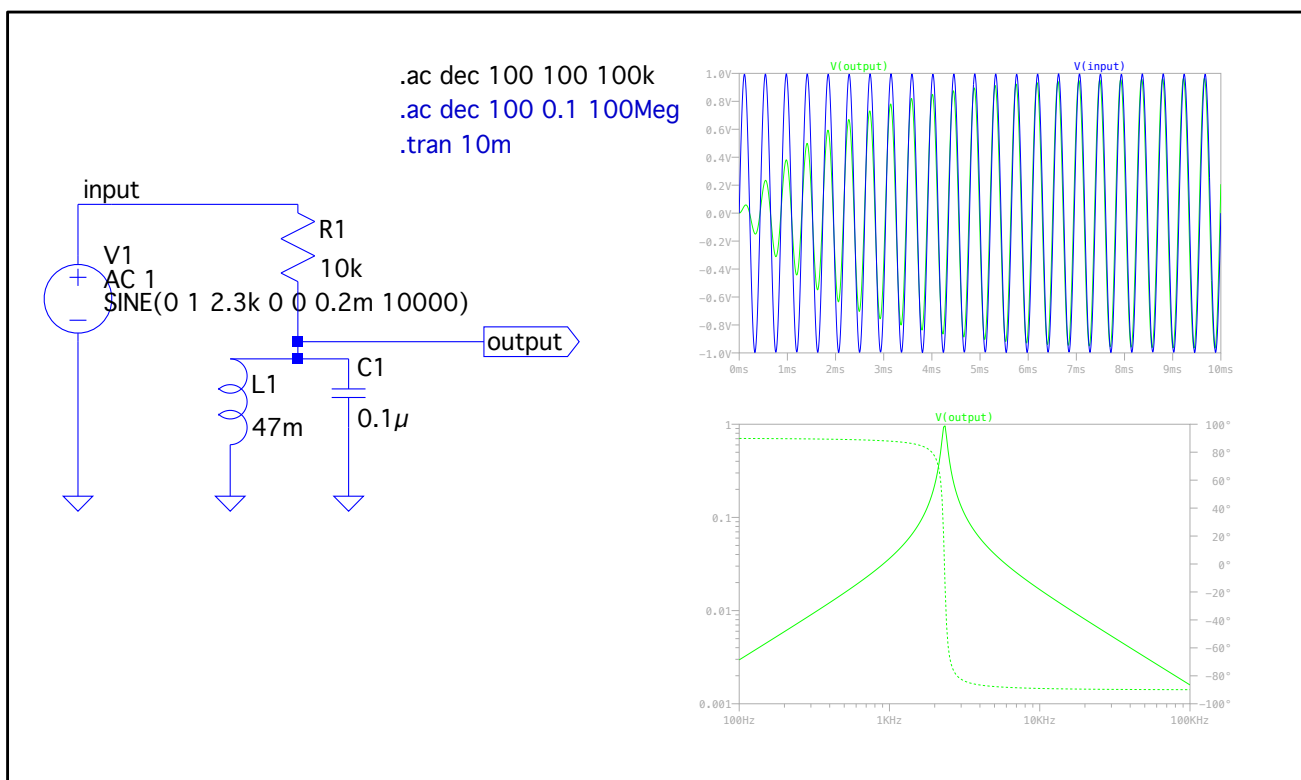


図 2.13: (左) 理想的な LC(R) 共振回路. (右上) 共振周波数である 2.3kHz の信号を入力した場合の出力信号. (右下) 周波数特性と、入力に対する出力の位相差.

図 2.14: (左) 現実的な LC(R) 共振回路. コイルに内部抵抗が存在する. (右上) 共振周波数である 2.3kHz の信号を入力した場合の出力信号. (右下) 周波数特性と、入力に対する出力の位相差.