2017年度　エレクトロニクス試験問題

2017/07/28 鶴 剛

1　熱回路と電気回路の類推

物理学には、様々な場面で類推が登場する。ここでは熱回路と電気回路の類推を考えてみよう。棒Bに介して熱浴Aと熱的につながる物体Cがある (Figure 1)。熱浴Aの温度を変化させると物体Cの温度も変化するが、熱の移動は棒Bを介するために、温度変化は必ずしも同じとは限らない。その様子を考える。なお、熱浴とは熱容量が無限大の物体のことである。棒B自体の熱容量は無視できるとする。また、熱浴Aと物体Cの熱的なやりとりは棒Bによる熱伝導以外 (例えば放射や対流など) も無視できるとする。

a) 以下の [あ]、[い]、[う] に入る式を答えなさい。
熱浴Aと物体Cの温度が違う場合には、棒Bを介して熱エネルギーが伝わることになる。棒Bの熱伝導係数 κ[W/m $\cdot$ K]、長さ l[m]、面積 S[m^2] とする。熱浴Aを温度 x[K]、物体Cの温度を y[K] とすると、熱浴Aの温度は物体Cに対して温度 $(x-y)$[K] だけ高いので、単位時間に伝わる熱エネルギーは [あ][W] と書ける。よって、短い時間 Δt[sec] に物体Cがもらう熱エネルギーは [い][J] と書ける。さらに物体Cの熱容量を C[J/K] とすると、物体Cの温度上昇 Δy[K] は [う][K] と書ける。(示した単位に注意しながら、物理学に対する常識で考えれば分かるはず)。

b) 時刻 t における熱浴Aと物体Cの温度を、それぞれ $x(t)$[K]、$y(t)$[K] とする。上記の考察を元に $x(t)$ と $y(t)$ の間に成り立つ微分方程式を示せ。

c) 上記に示した熱回路と類推を持つ電気回路の回路図を示し、熱浴Aの温度、物体Cの温度、物体Cの持つ熱エネルギー、棒Bを単位時間に伝わる熱エネルギーのそれぞれが電気回路上で何に対応するのか説明せよ。

d) 熱浴Aの温度を変えると物体Cの温度も変化する。熱浴Aを振幅 T_0、角周波数 ω で正弦波的に変化させた場合に、物体Cの温度も同じ角周波数で変化することが期待されるが、その振幅は T_0 とは限らない。角周波数に対する物体Cの温度の振幅の関数を $\log-\log$ スケールのグラフで示せ。グラフには関数の特徴が分かるようにすること。ヒント: 電気回路との類推を参考にするとよいが、分からなければ残念ですが b) を真面目に解いてもらっても結構。答えが出せれば点数は同じにします。

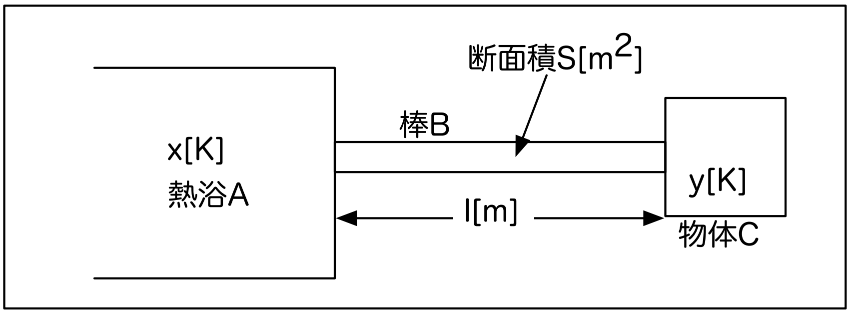

Figure 1:

2　移相回路

(1) L と R で構成した Figure 2(a) に示す回路に、

$$V_{\mathrm{in}}(t) = V_0 \delta(t)$$

という信号を入力した。出力信号 $V_{\mathrm{out}}(t)$ を計算せよ。

(2) Figure 2(b) は、積分回路と微分回路を組み合わせた「移相回路」である。入力信号として

$$v_{\mathrm{in}}(t) = V_0 \exp(i\omega t)$$

で表される複素電圧 $v_{\mathrm{in}}(t)$ を加える。

a) 積分回路側の出力 $v_{\mathrm{a}}(t)$ を**複素電圧**として求めよ。
b) 微分回路側の出力 $v_{\mathrm{b}}(t)$ を**複素電圧**として求めよ。
c) $v_{\mathrm{a}}(t) - v_{\mathrm{b}}(t)$ の複素電圧を求めて、入力信号に対して振幅は同じで、位相のみが変わることを示せ。
d) 積分回路側の振幅 $|v_{\mathrm{a}}(t)|$ および微分回路側の振幅 $|v_{\mathrm{b}}(t)|$ はいずれも入力信号の振幅 V_0 より小さい。しかし、両者の差の振幅 $|v_{\mathrm{a}}(t) - v_{\mathrm{b}}(t)|$ は常に V_0 に等しい。この理由を説明せよ。

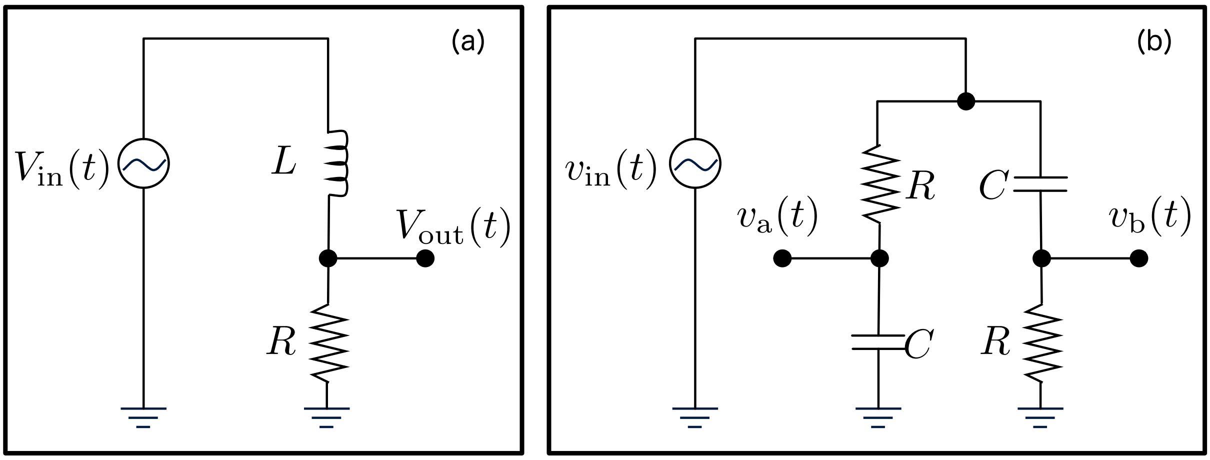

Figure 2: (a) L と C を使ったフィルター回路 (b) 移相回路

3　トランジスタ回路

Figure 3 は、入力が V_{in} で、出力が V_{out} のベース接地増幅回路である。使用されている素子はトランジスタも含めて全て理想的であり、ベース– エミッタ間の電圧降下を 0.7V、$\beta \gg 1$ とする。以下の文章の [あ]~[け] に入る適切な値や式を答えなさい。答えのみならず、求める過程も示すこと。

まず入力 V_{in} に AC 信号を加えない場合から DC 特性を調べよう。トランジスタのベースの DC 電圧は V_{CC} と R_1、R_2 から決まり、[あ]V である。上に記したベース– エミッタ間電圧の関係からエミッタの DC 電圧は [い]V となる。R_{E} および R_3 を流れる DC 電流は [う]A となる。$\beta \gg 1$ の理想トランジスタではエミッタ電流とコレクタ電流は等しいと近似できるので、R_{C} を流れる電流は [う]A となる。よって R_{C} にかかる電圧が計算できるので、V_{CC} と考え合わせてコレクタ DC 電圧、すなわちこのベース接地増幅回路の出力電圧 V_{out} の DC 成分は [え]V と求まる。

次に V_{in} に AC 信号を入れた場合を考える。AC 入力信号の周波数は十分高く、振幅が 0.1V だとすると、点 A での AC 的な電圧変化の振幅は [お]V となる。一方、トランジスタのベース電圧は C_5 により AC 的に接地されている。その結果、ベース電圧およびエミッタ電圧は AC 的に変化しない。点 A では AC 的に電圧が変化し、エミッタ電圧は変化しないのだから R_{E} を流れる電流が AC 的に変化し、その振幅は [か]A である。$\beta \gg 1$ の理想トランジスタではエミッタ電流とコレクタ電流は等しいと近似できるので、R_{C} を流れる電流は AC 的に変化し、その振幅は [か]A である。その結果、コレクタ電圧、すなわち出力電圧 V_{out} の AC 的な電圧変化の振幅は [き]V となる。

AC 入力信号電圧の振幅である 0.1V と出力信号電圧の振幅である [き]V を比較すると、この回路の AC 的な増幅率は [く] である (符号はあまり意識しなくて良いことにする)。上で考えた道筋に従い、この増幅率を一般的に R_1、R_2 等の抵抗の記号を用いて式で示すと [け] となる。

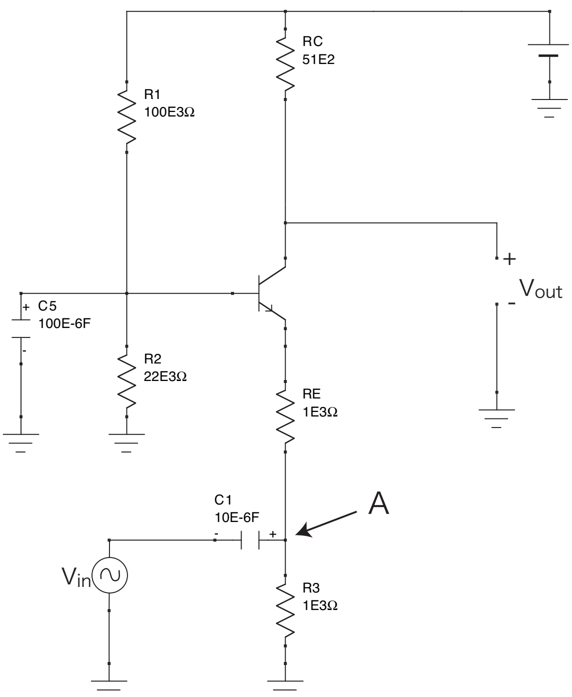

Figure 3:

コメント: ミラー効果とよばれる現象により、講義で行ったエミッタ接地増幅回路は、高い周波数の信号に対しては増幅率が落ちる。少なくともトランジスタ素子の最高性能は引き出せない。この問題はベース接地増幅回路を採用することで克服できる。しかし、この回路も別の点ではパーフェクトではなく、出力インピーダンスが高く、入力インピーダンスが低いという問題がある。そこでトランジスタをもう 1 個追加し、この問題を克服たものがカスコード接続増幅回路である。これは講義録を参照して欲しい。

4　オペアンプ回路

(1) Figure 4 に示す回路の，4 つの入力電圧 V_1，V_2，V_3，V_4 と，出力電圧 V_{out} の関係を式で示せ．

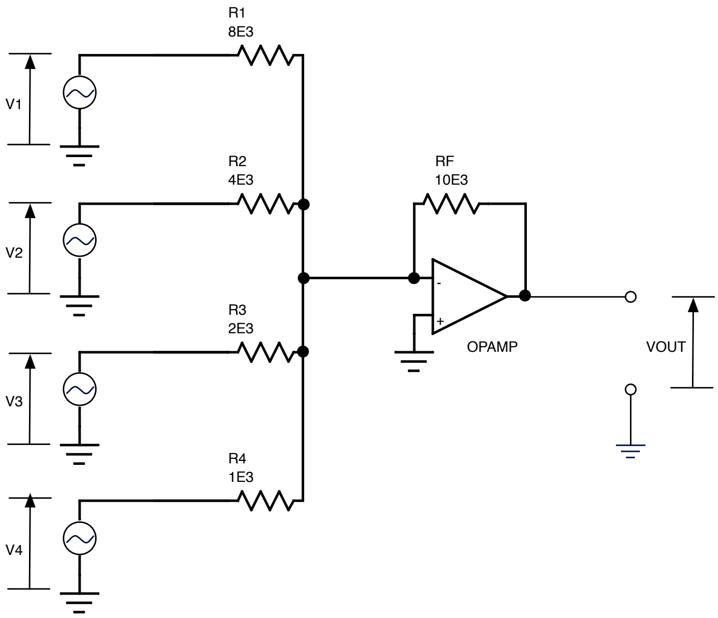

Figure 4:

(2) Figure 5(a) は，理想オペアンプで形成したマルチバイブレーターと呼ばれる発振回路である．発振の振幅や周期は V_{in} と V_{out} の初期値に依存しない．Figure 5(b) は V_{in} と V_{out} の時間変化である．ただし，横軸の時間は相対値であり，0.0 msec は回路の動作開始から十分時間が経過した時刻である．周期 T は

$$T = 2C_{\mathrm{in}}R_{\mathrm{F}}\ln\left(1+\frac{2R_2}{R_1}\right) \tag{1}$$

である．この図を参考にして，次の問いに答えよ．

a) 回路の動作を説明せよ．(ヒント: V_{in} および V_{out} がそれぞれ -6 V および $+12$ V からスタートすると説明しやすい)

b) 発振の周期 T の式 (1) を導出せよ．

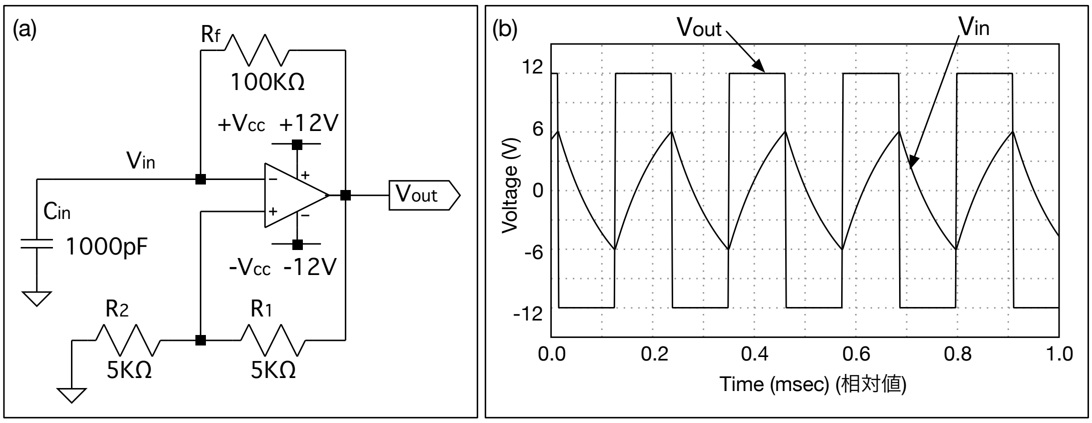

Figure 5:

(参考) ラプラス変換のテーブル

実関数 $f(t)$ に対するラプラス変換を $F(s)$ と書くと,

$$F(s) \quad \equiv \quad \int_0^{\infty} f(t) \cdot \exp\left(-st\right) \cdot dt$$

と定義される．様々な関数に対するラプラス変換は以下の通りである．

$f(t)$	$\rightarrow$	$F(s)$
$\delta(t)$		1
階段関数 $\mathrm{step}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$		$1/s$
t		$\dfrac{1}{s^2}$
t^2		$\dfrac{2}{s^3}$
$\dfrac{1}{(n-1)!} t^{n-1}$		$\dfrac{1}{s^n}$
$\exp(-at)$		$1/(s+a)$
$\sin(at)$		$a/(s^2+a^2)$
$t \cdot \exp(-at)$		$1/(s+a)^2$
$\exp(-at) \cdot \sin(bt)$		$b/\left[(s+a)^2+b^2\right]$
$\exp(-at) \cdot f(t)$		$F(s+a)$
$f(t/a)$		$a \cdot F(as)$
$\dfrac{df(t)}{dt}$		$s \cdot F(s) - f(0)$
$\dfrac{d^2 f(t)}{dt^2}$		$s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$
$\displaystyle\int_0^t f(t') \cdot dt'$		$F(s)/s$
$\displaystyle\int_0^t f(t-t') \cdot g(t') \cdot dt'$		$F(s) \cdot G(s)$