2016年度　エレクトロニクス試験問題

2016/07/22 鶴 剛

1　過渡特性 (30点)

(1) ラプラス変換を用いて次の常微分方程式

$$\frac{d^2f(t)}{dt^2} - 2\frac{df(t)}{dt} - 3f(t) = \exp(2t), \qquad f(0) = 1, \quad f'(0) = 1$$

の解が

$$f(t) = \frac{7}{12}\exp(-t) - \frac{1}{3}\exp(2t) + \frac{3}{4}\exp(3t)$$

であることを示せ.

(参考) ラプラス変換のテーブル

実関数 $f(t)$ に対するラプラス変換を $F(s)$ と書くと,

$$F(s) \quad \equiv \quad \int_0^\infty f(t)\cdot\exp(-st)\cdot dt$$

と定義される．様々な関数に対するラプラス変換は以下の通りである.

$$\begin{array}{rcl}
f(t) & \rightarrow & F(s) \\
\delta(t) & & 1 \\
\text{階段関数}\ \mathrm{step}(t) = \begin{cases} 0, & t<0 \\ 1, & t>0 \end{cases} & & 1/s \\
t & & \dfrac{1}{s^2} \\
t^2 & & \dfrac{2}{s^3} \\
\dfrac{1}{(n-1)!}t^{n-1} & & \dfrac{1}{s^n} \\
\exp(-at) & & 1/(s+a) \\
\sin(at) & & a/(s^2+a^2) \\
t\cdot\exp(-at) & & 1/(s+a)^2 \\
\exp(-at)\cdot\sin(bt) & & b/\left[(s+a)^2+b^2\right] \\
\exp(-at)\cdot f(t) & & F(s+a) \\
f(t/a) & & a\cdot F(as) \\
\dfrac{df(t)}{dt} & & s\cdot F(s) - f(0) \\
\dfrac{d^2f(t)}{dt^2} & & s^2F(s) - sf(0) - f'(0) \\
\displaystyle\int_0^t f(t')\cdot dt' & & F(s)/s \\
\displaystyle\int_0^t f(t-t')\cdot g(t')\cdot dt' & & F(s)\cdot G(s)
\end{array}$$

(2) Figure 1 の回路を理解する．次の文書の [あ]〜[く] に対して適切な式を入れ，c), d), e) の問に答えよ．

a) コンデンサーおよびコイルのインピーダンスはそれぞれ [あ]，[い] と書ける．よって，Figure 1 の回路に正弦波を入力した場合，その周波数が十分低い場合と高い場合の周波数特性 ($|V_{\mathrm{out}}/V_{\mathrm{in}}|$) は近似的に [う]，[え] と書ける．両者の近似が入れ替わる角周波数は [う] と [え] が等しいと置くことで求められ，その値は [お] である．また，その時 [う] および [え] が取る値は [か] である．

b) 正弦波を入れた場合の周波数特性 ($|V_{\mathrm{out}}/V_{\mathrm{in}}|$) を近似の無い完全な式で示すと [き] になる．[き] は角周波数が [お] の時に $|V_{\mathrm{out}}/V_{\mathrm{in}}|$ はピーク値 [く] を持つ．

c) a) と b) をまとめて Figure 1 の回路の周波数特性のおおよその形を図に示せ．図は log-log スケールで描くこと．

d) 既にお分かりの通り [か] と [く] は違う値である．これはどう理解できるのか定性的に説明せよ．

e) 階段関数的な信号を V_{in} に入力すると，V_{out} では例えば Figure 2 のような波形が観測される．この様な波形になる理由を定性的に説明せよ．

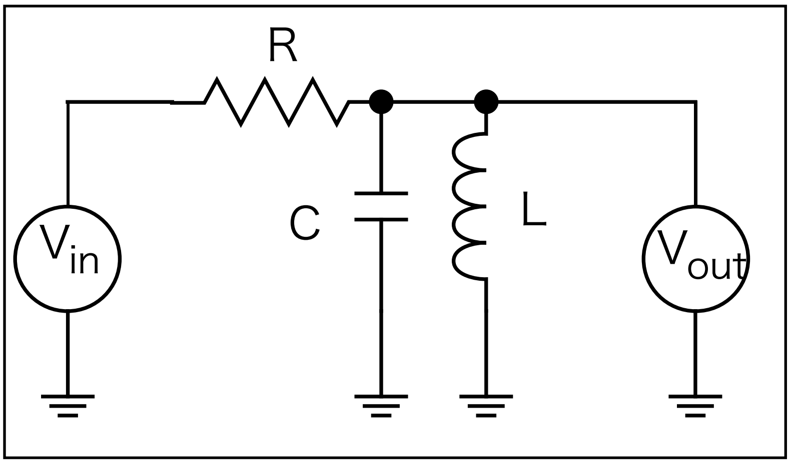

Figure 1:

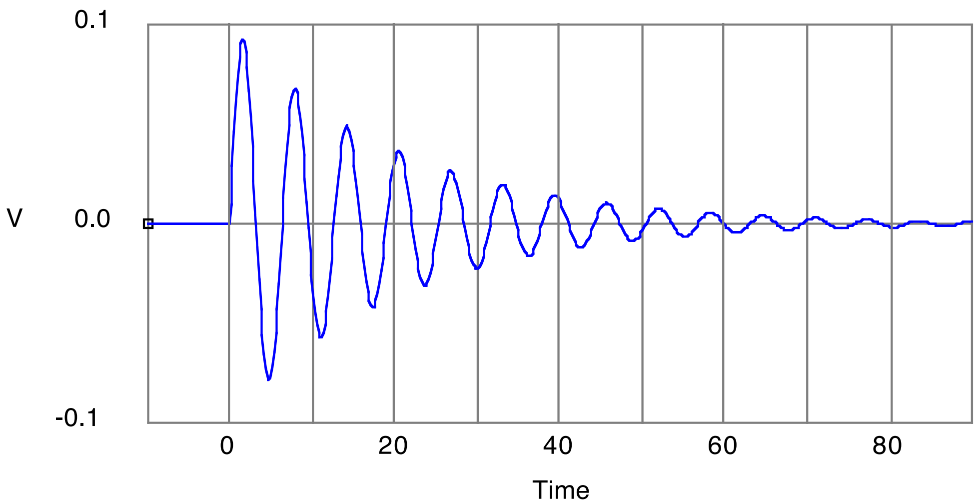

Figure 2:

2　伝送線 (35 点)

同軸ケーブルの等価回路を Figure 3 に示す．L および C は単位長さ当たりのインダクタンスと容量である．周波数 ω の信号について電流を $I(t,z) = I(z)e^{i\omega t}$，電圧を $V(t,z) = V(z)e^{i\omega t}$ とする．電流や電圧の符号には十分注意すること (例年間違いが多い).

a) Figure 3 を参照し，ΔV，Z_L，Δz，I の間に成り立つ式を示せ.

b) Figure 3 のコンデンサーに関して，単位長さ当たりのアドミタンスを Y_C とする．アドミタンスはインピーダンスの逆数であり，コンデンサーの容量とアドミタンスは正比例する．このことに注意し，a) と同様に，ΔI，Y_C，Δz，V の間に成り立つ式を示せ.

c) Z_L と Y_C を使わないで，C や L などを使い上の a) と b) の式を書き直せ.

d) c) で求めた 2 つの式を z に関する 2 つの微分方程式に書き直せ.

e) 信号は $+z$ 方向に進むものと，$-z$ 方向に進むものの 2 つがある．$+z$ 方向に進む信号について，d) で求めた微分方程式を解き，$I(t,z)$ と $V(t,z)$ を求めよ．初期値 $I(0,0) = I_0$，$V(0,0) = V_0$ とする.

f) この伝送線を伝わる信号の速度を求めよ．その速度が信号の周波数に対してどう依存するか述べよ.

g) $V(t,z)/I(t,z)$ を求めよ (この値のことを特性インピーダンスと呼ぶ).

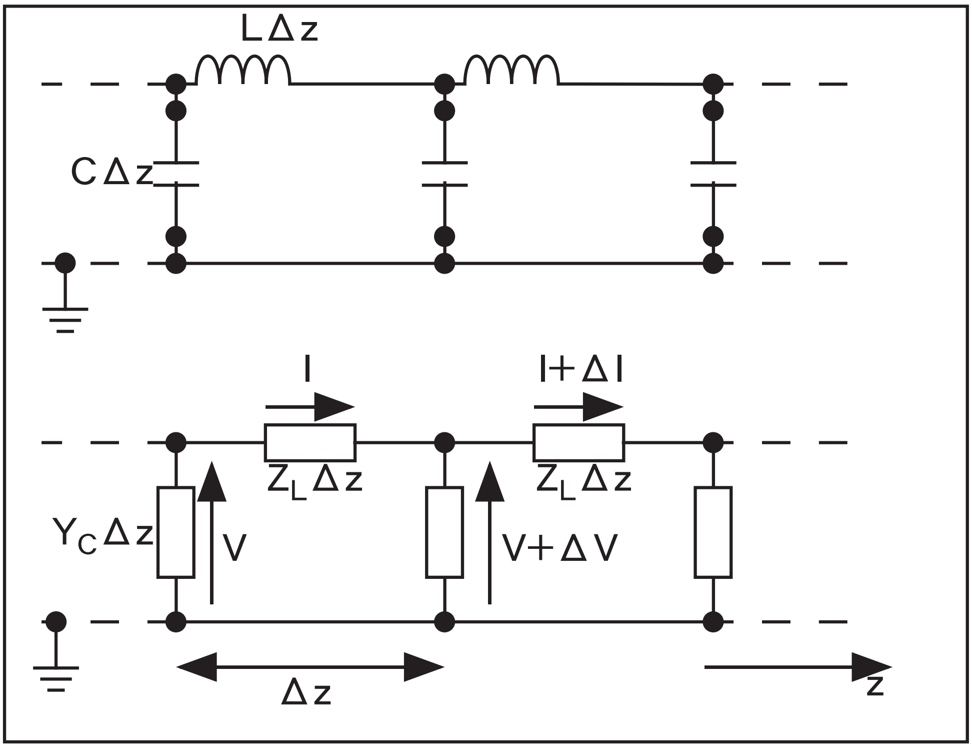

Figure 3: 同軸ケーブルの等価回路

3　トランジスタとオペアンプ回路 (35 点)

(1) 理想オペアンプ 1 個を用いた Figure 4 に示す回路を理解しよう．以下の文章の [あ]~[く] に入る適切な式または語句 を答えなさい．

理想オペアンプの 2 つの信号入力端子の入力インピーダンスは [あ] である．よって，オペアンプのプラス入力端子電圧 V_+ を V_2，R_3，R_4 で表すと $V_+ =$[い] になる．一方，オペアンプのマイナス入力端子電圧の V_- と V_1，R_1，R_2 を用いて出力電圧 V_o を示すと $V_\mathrm{o} =$[う] となる．

理想オペアンプの通常の使い方から考えた場合，V_- と V_+ の関係は [え] となる (このことを [お] と呼ぶ)．よって，上記の式より V_- と V_+ を消して，V_o を，V_1，V_2，R_1，R_2，R_3，R_4 で表すと $V_\mathrm{o} =$[か] になる．特に，$R_1 = R_3$，$R_2 = R_4$ の場合は $V_\mathrm{o} =$[き] となる．さらに，$R_1 = R_3 = R_2 = R_4$ の場合は $V_\mathrm{o} =$[く] となる．

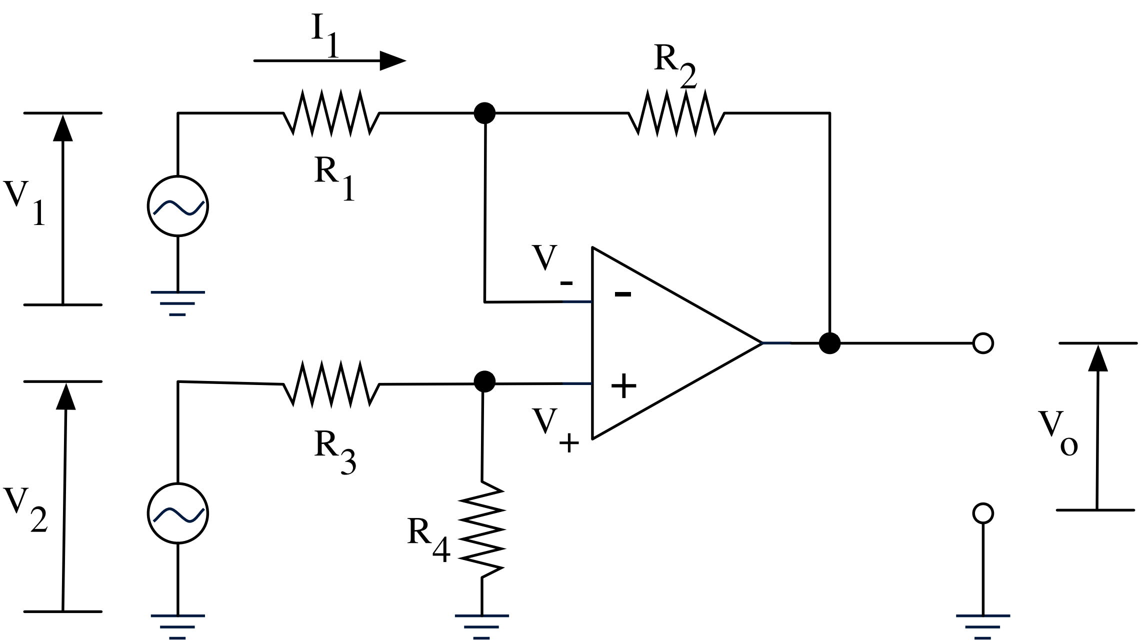

Figure 4:

(2) Figure 5 は，入力が V_{in} で，出力が V_{out} のエミッタフォロア付きのエミッタ接地増幅回路である．コンデンサーおよび抵抗の単位はそれぞれ F，Ω である．トランジスタ Q_1 および Q_2 がそれぞれエミッタ接地増幅回路部，エミッタフォロア部である．使用されている素子はトランジスタも含めて全て理想的であり，トランジスタが ON 状態の際にはベース– エミッタ間の電圧降下を 0.7V，$\beta \gg 1$ とする．以下の文章の [あ]~[す] には適切な <u>数値</u> を答えなさい．

まず入力 V_{in} に AC 信号を入れない場合の，DC 特性を調べよう．トランジスタのベースの DC 電圧は V_{CC} と R_1，R_2 から決まり，[あ]V である．上に記したベース– エミッタ間電圧の関係から Q1 のエミッタの DC 電圧は [い]V となる．R_{E1}，R_{E2}，C_{E} の合成インピーダンス Z_{E} の DC 成分は [う]Ω である．$\beta \gg 1$ ではエミッタ電流とコレクタ電流は等しいと近似できるので，R_{C} を流れる電流は [え]A となる．よって Q_1 のコレクタ電圧および Q_2 のベース電圧は [お]V となり，出力電圧 V_{out} の DC 成分は [か]V と求まる．

次に V_{in} に AC 信号を入れた場合を考える．AC 信号の周波数は充分高く，回路のいずれのコンデンサも AC 的にはショートしていると見なせるとする．その一方で，トランジスタ素子の高周波特性で回路全体の性能が決まるほどには高くないとする（要するに講義で述べた考え方や近似が通用する周波数である，ということ）．AC 信号の振幅は 0.1V である．Q_1 のベースおよびエミッタ電圧の AC 成分 (AC 的な振幅) はそれぞれ [き]V，[く]V となる．Z_{E} の AC 成分は [け]Ω と近似できる．従って，R_{C} を流れる電流の AC 成分は [こ]A となる．Q_1 のコレクタ電圧および Q_2 のベース電圧の AC 成分は [さ]V となり，出力電圧 V_{out} の AC 成分は [し]V となる．最終的に回路全体の AC 的なゲインは [す] 倍となる．

(3) Figure 5 の回路におけるエミッタフォロアの役割を述べよ．

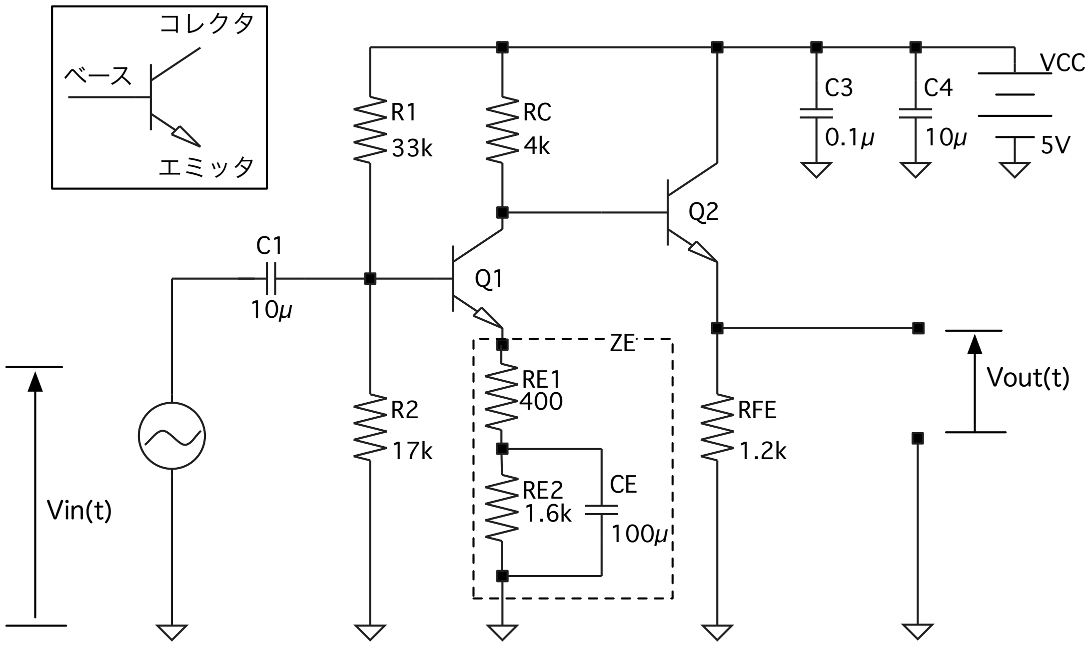

Figure 5: