

2006年度 エレクトロニクス試験問題

2006/07/28 鶴 剛

1 過渡特性

(1) ラプラス変換を用いて次の常微分方程式を解け。

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} + 3 \frac{df(t)}{dt} + 2f(t) = 0$$
$$f(0) = 0, f'(0) = 1$$

(2) Figure 1 の回路を理解する。次の文書の [あ]~[く] に対して適切な式を入れ、c), d), e) の間に答えよ。

- a) コンデンサーおよびコイルのインピーダンスはそれぞれ [あ]、[い] と書ける。よって、Figure 1 の回路に正弦波を入力した場合、その周波数が十分低い場合と高い場合の周波数特性 ($|V_{out}/V_{in}|$) は近似的に [う]、[え] と書ける。両者の近似が入れ替わる角周波数は [う] と [え] が等しいと置くことで求められ、その値は [お] である。また、その時 [う] および [え] が取る値は [か] である。
- b) 正弦波を入れた場合の周波数特性 ($|V_{out}/V_{in}|$) を近似の無い完全な式で示すと [き] になる。[き] は角周波数が [お] の時に $|V_{out}/V_{in}|$ はピーク値 [く] を持つ。
- c) a) と b) をまとめて Figure 1 の回路の周波数特性のおおよその形を図に示せ。図は log-log スケール で描くこと。
- d) 既にお分かりの通り [か] と [く] は違う値である。これはどう理解できるのか定性的に説明せよ。
- e) 階段関数的な信号を V_{in} に入力すると、 V_{out} では例えば Figure 2 のような波形が観測される。このような波形になる理由を定性的に説明せよ。

(参考) ラプラス変換のテーブル

実関数 $f(t)$ に対するラプラス変換を $F(s)$ と書くと、

$$F(s) \equiv \int_0^{\infty} f(t) \cdot \exp(-st) \cdot dt$$

と定義される。様々な関数に対するラプラス変換は以下の通りである。

$f(t)$	\rightarrow	$F(s)$
$\delta(t)$		1
階段関数 $\text{step}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$		$1/s$
t		$\frac{1}{s^2}$
t^2		$\frac{2}{s^3}$
$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}$		$\frac{1}{s^n}$
$\exp(-at)$		$1/(s+a)$
$\sin(at)$		$a/(s^2+a^2)$
$t \cdot \exp(-at)$		$1/(s+a)^2$
$\exp(-at) \cdot \sin(bt)$		$b/[(s+a)^2+b^2]$
$\exp(-at) \cdot f(t)$		$F(s+a)$

$$\begin{aligned}
 f(t/a) & a \cdot F(as) \\
 \frac{df(t)}{dt} & s \cdot F(s) - f(0) \\
 \frac{d^2 f(t)}{dt^2} & s^2 F(s) - sf(0) - f'(0) \\
 \int_0^t f(t') \cdot dt' & F(s)/s \\
 \int_0^t f(t-t') \cdot g(t') \cdot dt' & F(s) \cdot G(s)
 \end{aligned}$$

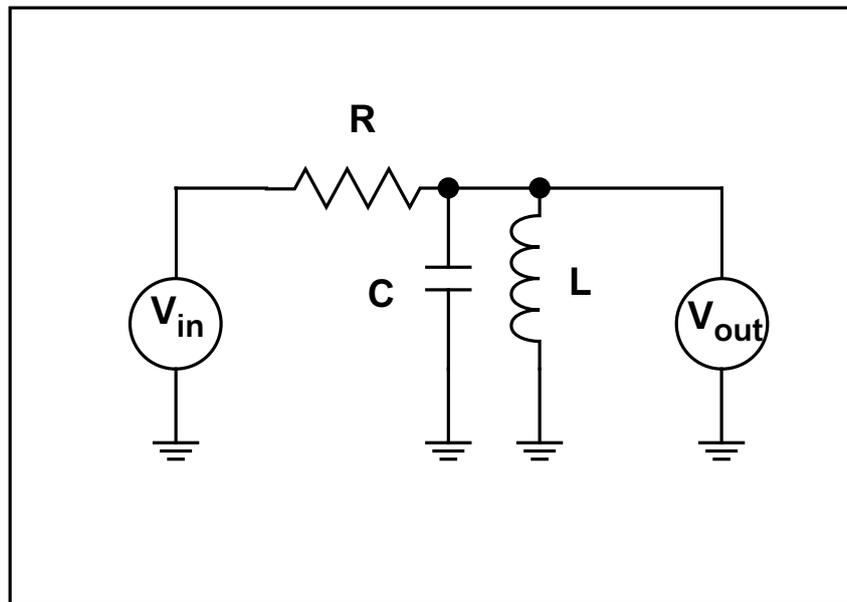


Figure 1:

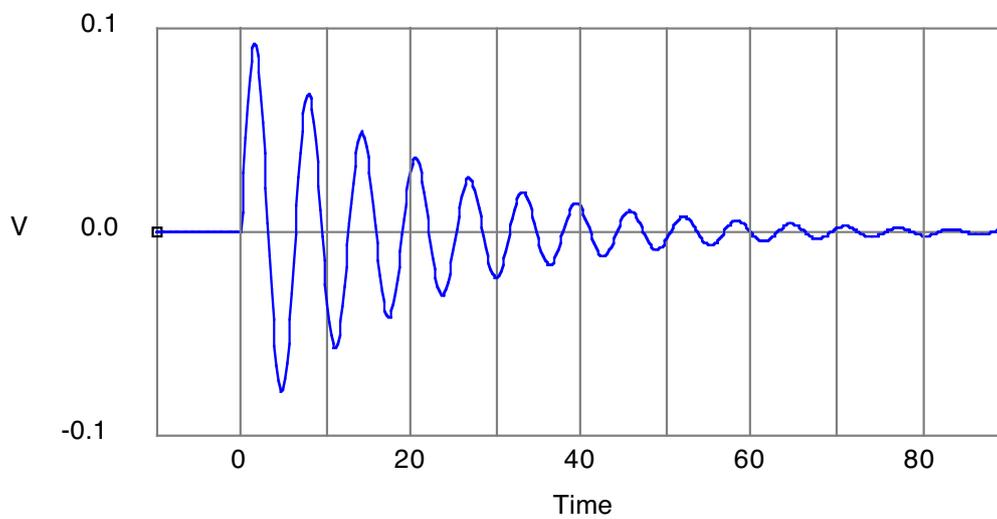


Figure 2:

2 トランジスタ回路

Figure 3 は、入力 V_{in} で、出力が V_{out} のベース接地増幅回路である。使用されている素子はトランジスタも含めて全て理想的であり、ベース-エミッタ間の電圧降下を $0.7V$ 、 $\beta \gg 1$ とする。以下の文章の [あ]~[け] に入る適切な値や式を答えなさい。答えのみならず、求める過程も示すこと。

まず入力 V_{in} に AC 信号を加えない場合から DC 特性を調べよう。トランジスタのベースの DC 電圧は V_{CC} と R_1 、 R_2 から決まり、[あ]V である。上に記したベース-エミッタ間電圧の関係からエミッタの DC 電圧は [い]V となる。 R_E および R_3 を流れる DC 電流は [う]A となる。 $\beta \gg 1$ の理想トランジスタではエミッタ電流とコレクタ電流は等しいと近似できるので、 R_C を流れる電流は [う]A となる。よって R_C にかかる電圧が計算できるので、 V_{CC} と考え合わせてコレクタ DC 電圧、すなわちこのベース接地増幅回路の出力電圧 V_{out} の DC 成分は [え]V と求まる。

次に V_{in} に AC 信号を入れた場合を考える。AC 入力信号の周波数は十分高く、振幅が $0.1V$ だとすると、点 A での AC 的な電圧変化の振幅は [お]V となる。一方、トランジスタのベース電圧は C_5 により AC 的に接地されている。その結果、ベース電圧およびエミッタ電圧は AC 的に変化しない。点 A では AC 的に電圧が変化し、エミッタ電圧は変化しないのだから R_E を流れる電流が AC 的に変化し、その振幅は [か]A である。 $\beta \gg 1$ の理想トランジスタではエミッタ電流とコレクタ電流は等しいと近似できるので、 R_C を流れる電流は AC 的に変化し、その振幅は [か]A である。その結果、コレクタ電圧、すなわち出力電圧 V_{out} の AC 的な電圧変化の振幅は [き]V となる。

AC 入力信号電圧の振幅である $0.1V$ と出力信号電圧の振幅である [き]V を比較すると、この回路の AC 的な増幅率は [く] である (符号はあまり意識しなくて良いことにする)。上で考えた道筋に従い、この増幅率を一般的に R_1 、 R_2 等の抵抗の記号を用いて式で示すと [け] となる。

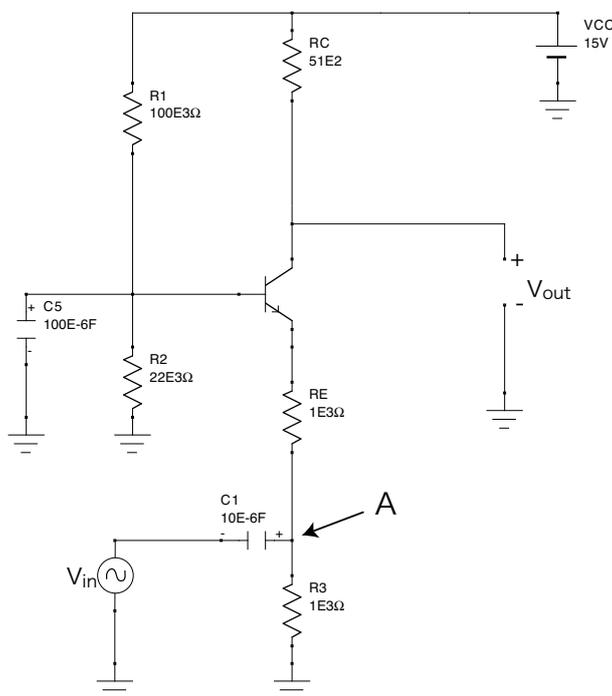


Figure 3:

コメント: ミラー効果とよばれる現象により、講義で行ったエミッタ接地増幅回路は、高い周波数の信号に対しては増幅率が落ちる。少なくともトランジスタ素子の最高性能は引き出せない。この問題はベース接地増幅回路を採用することで克服できる。しかし、この回路も別の点ではパーフェクトではなく、出力インピーダンスが高く、入力インピーダンスが低いという問題がある。そこでトランジスタをもう1個追加し、この問題を克服たものがカスコード接続増幅回路である。これは講義録を参照して欲しい。

3 オペアンプ回路

以下の文章の [あ]~[す] に入る適切な式、言葉を答えなさい。[い] には言葉を、それ以外には式が入る。式は図中の記号を使用し、答えのみならず求める過程も書くこと。

(1) 理想オペアンプ 1 個を用いた Figure 4 に示す回路を理解しよう。理想オペアンプの通常の使い方から考えた場合、 V_- と V_+ の関係は [あ] となる。このことを [い] と呼ぶ。その結果 V_- は [う] となる。回路に入力する電圧を $V_{in}(t)$ とすると抵抗 R_0 を流れる電流は [え] となる。理想オペアンプの 2 つの信号入力端子の入力インピーダンスは [お] である。よって R_f を流れる電流は [か] となる。 V_- の電圧を考え合わせると、出力電圧 $V_{out}(t)$ は [き] と求まる。

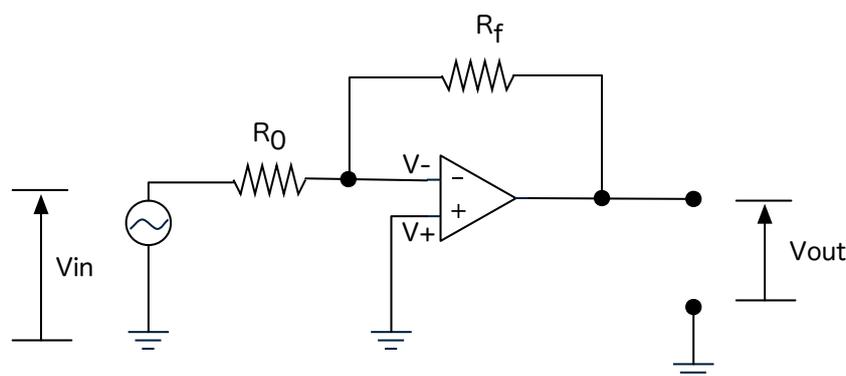


Figure 4:

(2) 次に理想オペアンプ 1 個を用いた Figure 5 に示す回路を理解しよう。理想オペアンプの通常の使い方から考えた場合、 V_- は [う] となる (前問の [う] が入る)。入力電圧 $V_{in}(t)$ の複素電圧が $V_0 \exp(i\omega t)$ であるとしよう (振幅 V_0 、角周波数 ω)。コンデンサー C の複素インピーダンスは [く] であるから、コンデンサー C を流れる複素電流は [け] となる。従って R_f を流れる複素電流は [こ] となる。 V_- の電圧を考え合わせると、出力電圧 $V_{out}(t)$ の複素電圧は [さ] となる。実際に観測される電圧は、複素電圧の実数部分である。よって、実際に観測される出力電圧は [し] となる ([し] は虚数単位 i を使わず書いてください、つまり \sin とか \cos を使えということ)。位相は忘れて入力電圧の振幅に対する出力電圧の振幅の比を増幅率とすると、この回路の増幅率は [す] となる。

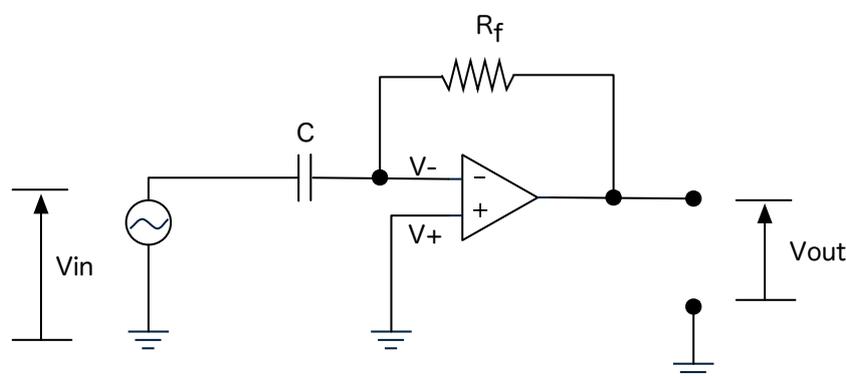


Figure 5:

おつかれ様でした。