

2005年度 エレクトロニクス試験問題

2005/07/22 鶴 剛

1 過渡特性

(1) ラプラス変換を用いて次の常微分方程式を解け。

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} + 3 \frac{df(t)}{dt} + 2f(t) = 0$$
$$f(0) = 0, f'(0) = 1$$

(2) 抵抗 (抵抗 R) とコンデンサー (容量 C) を用いた RC 積分回路を考える。

- RC 積分回路の回路図を示せ (入力、出力がどこなのか分かるようにきちんとかくこと)。
- 入力信号として、正弦波を入れた場合の周波数特性を式と図で示せ。ここで言う周波数特性とは、入力信号の振幅に対する出力信号の振幅の比である。位相は気にしなくて良い。図は log-log スケール で描き、特徴を示す値などを記載すること。
- 入力信号として、高さ V_0 の階段関数的な信号を入れた場合に得られる出力信号をラプラス変換を用いて計算し、図示せよ。ラプラス変換による計算が出来なくても図が正しいだけでも部分点を差し上げますので、あきらめないこと。

(参考) ラプラス変換のテーブル

実関数 $f(t)$ に対するラプラス変換を $F(s)$ と書くと、

$$F(s) \equiv \int_0^{\infty} f(t) \cdot \exp(-st) \cdot dt$$

と定義される。様々な関数に対するラプラス変換は以下の通りである。

$f(t)$	\rightarrow	$F(s)$
$\delta(t)$		1
階段関数 $\text{step}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$		$1/s$
t		$\frac{1}{s^2}$
t^2		$\frac{2}{s^3}$
$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}$		$\frac{1}{s^n}$
$\exp(-at)$		$1/(s+a)$
$\sin(at)$		$a/(s^2+a^2)$
$t \cdot \exp(-at)$		$1/(s+a)^2$
$\exp(-at) \cdot \sin(bt)$		$b/[(s+a)^2+b^2]$
$\exp(-at) \cdot f(t)$		$F(s+a)$
$f(t/a)$		$a \cdot F(as)$
$\frac{df(t)}{dt}$		$s \cdot F(s) - f(0)$
$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$		$s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$
$\int_0^t f(t') \cdot dt'$		$F(s)/s$
$\int_0^t f(t-t') \cdot g(t') \cdot dt'$		$F(s) \cdot G(s)$

2 伝送線

- (1) ある程度長い距離で高周波信号の伝達をさせる場合には、同軸ケーブルを用いることが多い。
- 裸の2本線ではなく同軸ケーブルを使う理由を述べよ (1つで良いです)。
 - 出力インピーダンス 50Ω の信号発生器からの出力信号を、入力インピーダンス $10M\Omega$ のオシロスコープで観測しながら、入力インピーダンス $10M\Omega$ の測定器に入れる。その際 50Ω の同軸ケーブルを用いて反射が起きないように繋ぐにはどう繋げば良いか、図示せよ。同軸ケーブル以外にターミネーターやT字端子などのコネクタを用いても構わない。
- (2) 同軸ケーブルの等価回路を Figure 1 に示す。 L および C は単位長さ当たりのインダクタンスと容量である。周波数 ω の信号について電流を $I(t, z) = I(z)e^{i\omega t}$ 、電圧を $V(t, z) = V(z)e^{i\omega t}$ とする。電流や電圧の符号には十分注意すること (例年間違いが多い)。
- Figure 1 を参照し、 ΔV 、 Z_L 、 Δz 、 I の間に成り立つ式を示せ。
 - 図1のコンデンサーに関して、単位長さ当たりのアドミタンスを Y_C とする。アドミタンスはインピーダンスの逆数であり、コンデンサーの容量とアドミタンスは正比例する。このことに注意し、a) と同様に、 ΔI 、 Y_C 、 Δz 、 V の間に成り立つ式を示せ。
 - Z_L と Y_C を使わないで、 C や L などを使い上の a) と b) の式を書き直せ。
 - c) で求めた2つの式を z に関する2つの微分方程式に書き直せ。
 - d) で求めた微分方程式を解き、 $I(t, z)$ と $V(t, z)$ を求めよ。ただし初期値 $I(0, 0) = I_0$ 、 $V(0, 0) = V_0$ とする。 $+z$ 方向に進む解と、 $-z$ 方向に進む解の2つあることに注意 (例年間違いが多い)。
 - この伝送線を伝わる信号の速度を求めよ。その速度が信号の周波数に対してどう依存するか述べよ。
 - $V(t, z)/I(t, z)$ を求めよ (この値のことを特性インピーダンスと呼ぶ)。

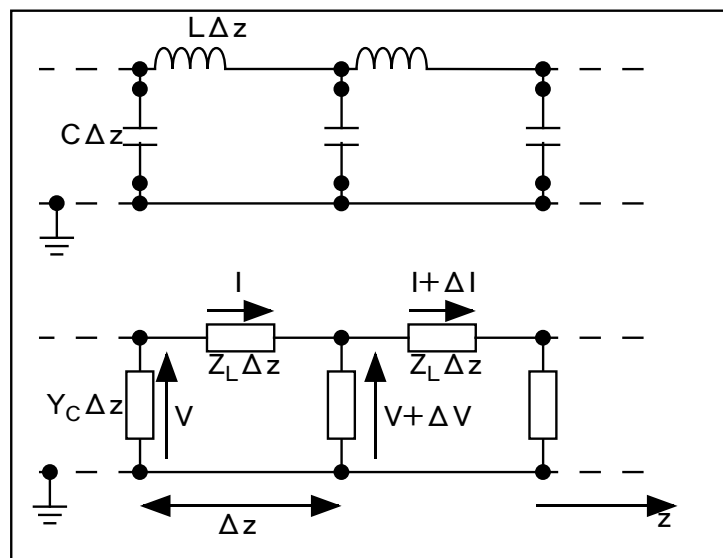


Figure 1:

3 トランジスタとオペアンプ回路

(講義では説明する余裕が無かった回路だが、講義の知識で導出できるように誘導するので、恐れず挑戦すること。出題者はこれも講義の一貫だと考えている。)

(1) 理想オペアンプ 1 個を用いた Figure 2 に示す回路を理解しよう。以下の文章の [あ]~[く] に入る適切な式、言葉を答えなさい。式は、答えのみならず求める過程も書くこと。

理想オペアンプの 2 つの信号入力端子の入力インピーダンスは [あ] である。よって、オペアンプのプラス入力端子電圧 V_+ を V_2 、 R_3 、 R_4 で表すと $V_+ = [い]$ になる。一方、オペアンプのマイナス入力端子電圧の V_- と V_1 、 R_1 、 R_2 を用いて出力電圧 V_o を示すと $V_o = [う]$ となる。

理想オペアンプの通常の使い方から考えた場合、 V_- と V_+ の関係は [え] となる (このことを [お] と呼ぶ)。よって、上記の式より V_- と V_+ を消して、 V_o を、 V_1 、 V_2 、 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 で表すと $V_o = [か]$ になる。特に、 $R_1 = R_3$ 、 $R_2 = R_4$ の場合は $V_o = [き]$ となる。さらに、 $R_1 = R_3 = R_2 = R_4$ の場合は $V_o = [く]$ となる。

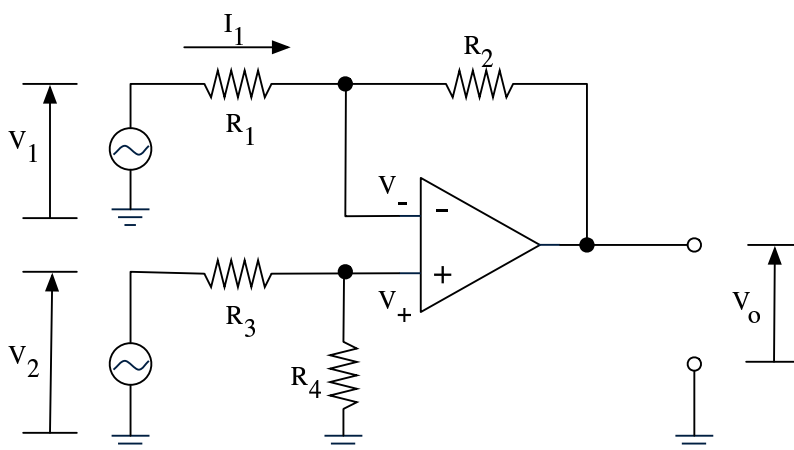


Figure 2:

(2) Figure 3 は、入力 V_{in} で、出力 V_{out} のベース接地増幅回路である。使用されている素子はトランジスタも含めて全て理想的であり、ベース-エミッタ間の電圧降下を $0.7V$ 、 $\beta \gg 1$ とする。以下の文章の [あ]~[け] に入る適切な値や式を答えなさい。答えのみならず、求める過程も示すこと。

まず入力 V_{in} に AC 信号を加えない場合から DC 特性を調べよう。トランジスタのベースの DC 電圧は V_{CC} と R_1 、 R_2 から決まり、[あ]V である。上に記したベース-エミッタ間電圧の関係からエミッタの DC 電圧は [い]V となる。 R_E および R_3 を流れる DC 電流は [う]A となる。 $\beta \gg 1$ の理想トランジスタではエミッタ電流とコレクタ電流は等しいと近似できるので、 R_C を流れる電流は [う]A となる。よって R_C にかかる電圧が計算できるので、 V_{CC} と考え合わせてコレクタ DC 電圧、すなわちこのベース接地増幅回路の出力電圧 V_{out} の DC 成分は [え]V と求まる。

次に V_{in} に AC 信号を入れた場合を考える。AC 入力信号の周波数は十分高く、振幅が $0.1V$ だとすると、点 A での AC 的な電圧変化の振幅は [お]V となる。一方、トランジスタのベース電圧は C_5 により AC 的に接地されている。その結果、ベース電圧およびエミッタ電圧は AC 的に変化しない。点 A では AC 的に電圧が変化し、エミッタ電圧は変化しないのだから R_E を流れる電流が AC 的に変化し、その振幅は [か]A である。 $\beta \gg 1$ の理想トランジスタではエミッタ電流とコレクタ電流は等しいと近似できるので、 R_C を流れる電流は AC 的に変化し、その振幅は [か]A である。その結果、コレクタ電圧、すなわち出力電圧 V_{out} の AC 的な電圧変化の振幅は [き]V となる。

AC 入力信号電圧の振幅である $0.1V$ と出力信号電圧の振幅である [き]V を比較すると、この回路の AC 的な増幅率は [く] である (符号はあまり意識しなくて良いことにする)。上で考えた道筋に従い、この増幅率を一般的に R_1 、 R_2 等の抵抗の記号を用いて式で示すと [け] となる。

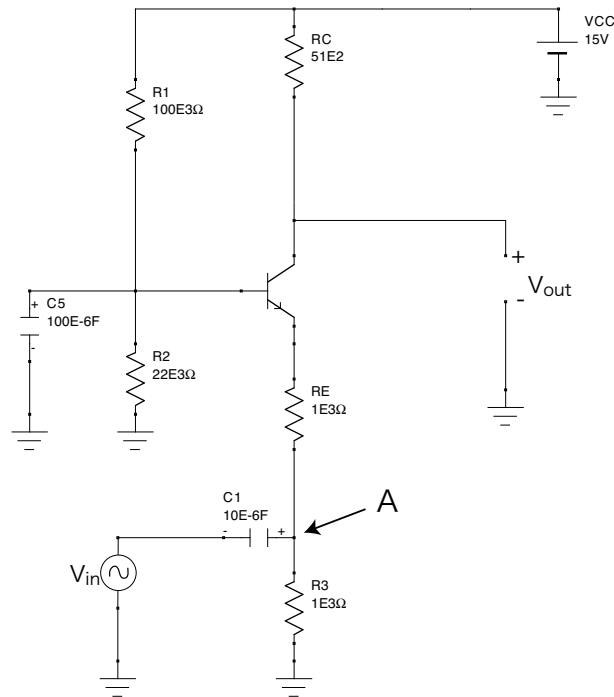


Figure 3:

コメント: ミラー効果とよばれる現象により、講義で行ったエミッタ接地増幅回路は、高い周波数の信号に対しては増幅率が落ちる。少なくともトランジスタ素子の最高性能は引き出せない。この問題はベース接地増幅回路を採用することで克服できる。しかし、この回路も別の点ではパーフェクトではなく、出力インピーダンスが高く、入力インピーダンスが低いという問題がある。そこでトランジスタをもう1個追加し、この問題を克服たものがカスコード接続増幅回路である。これは講義録を参照して欲しい(本当はここまで講義したかった、すまぬ)。

おつかれ様でした。