

2004年度 エレクトロニクス試験問題

2004/07/23 鶴 剛

1 熱回路と電気回路の類推・ポールゼロキャンセル

(1) 物理学には、様々な場面で類推が登場する。ここでは熱回路と電気回路の類推を考えてみよう。棒 B に介して熱浴 A と熱的につながる物体 C がある (Figure 1)。熱浴 A の温度を変化させると物体 C の温度も変化するが、熱の移動は棒 B を介するために、温度変化は必ずしも同じとは限らない。その様子を考える。なお、熱浴とは熱容量が無限大の物体のことである。棒 B 自体の熱容量は無視できるとする。また、熱浴 A と物体 C の熱的なやりとりは棒 B による熱伝導以外 (例えば放射や対流など) も無視できるとする。

a) 以下の [あ]、[い]、[う] に入る式を答えなさい。

熱浴 A と物体 C の温度が違う場合には、棒 B を介して熱エネルギーが伝わることになる。棒 B の熱伝導係数 κ [W/m·K]、長さ l [m]、面積 S [m²] とする。熱浴 A を温度 x [K]、物体 C の温度を y [K] とすると、熱浴 A の温度は物体 C に対して温度 $(x - y)$ [K] だけ高いので、単位時間に伝わる熱エネルギーは [あ] [W] と書ける。よって、短い時間 Δt [sec] に物体 C がもらう熱エネルギーは [い] [J] と書ける。さらに物体 C の熱容量を C [J/K] とすると、物体 C の温度上昇 Δy [K] は [う] [K] と書ける。(示した単位に注意しながら、物理学に対する常識で考えれば分かるはず)。

b) 時刻 t における熱浴 A と物体 C の温度を、それぞれ $x(t)$ [K]、 $y(t)$ [K] とする。上記の考察を元に $x(t)$ と $y(t)$ の間に成り立つ微分方程式を示せ。

c) 上記に示した熱回路と類推を持つ電気回路の回路図を示し、熱浴 A の温度、物体 C の温度、物体 C の持つ熱エネルギー、棒 B を単位時間に伝わる熱エネルギーのそれぞれが電気回路上で何に対応するのか説明せよ。

d) 熱浴 A の温度を変えると物体 C の温度も変化する。熱浴 A を振幅 T_0 、角周波数 ω で正弦波的に変化させた場合に、物体 C の温度も同じ角周波数で変化することが期待されるが、その振幅は T_0 とは限らない。角周波数に対する物体 C の温度の振幅の関数を log-log スケールのグラフで示せ。グラフには関数の特徴が分かるようにすること。ヒント: 電気回路との類推を参考にするとよいが、分からなければ残念ですが b) を真面目に解いてもらっても結構。答えが出せれば点数は同じにします。

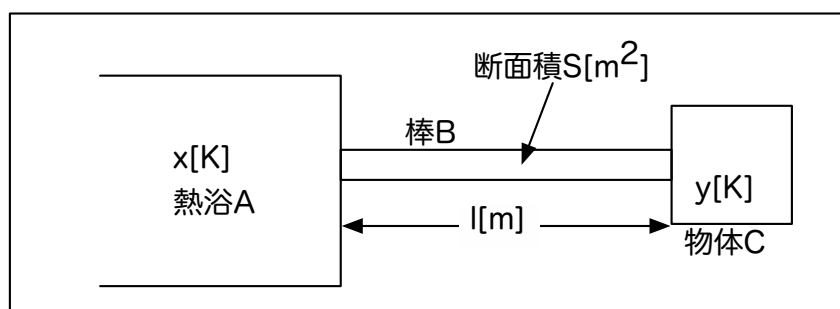


Figure 1:

(2) Figure 2 の左の図は、ポールゼロキャンセルと呼ばれる回路であり、放射線計測などで、指数関数型減衰信号の時定数を変えるときに用いられる。Figure 2 の右に示す時定数 $R_1 C$ を持つ指数関数型減衰信号を入力した場合の出力波形を計算せよ。

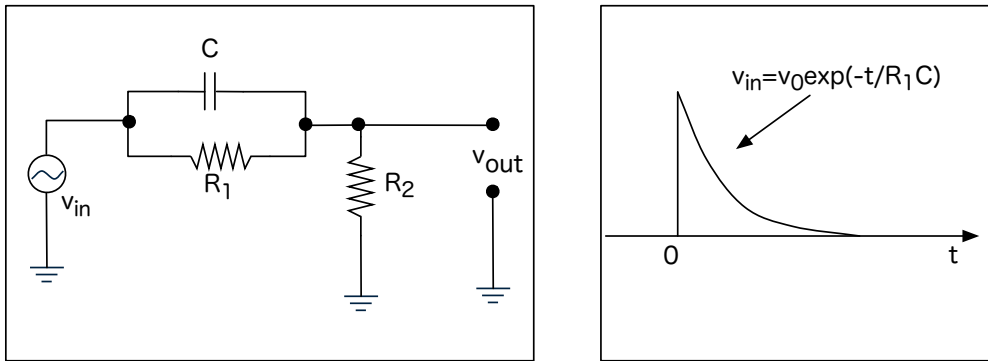


Figure 2:

(参考) ラプラス変換のテーブル

実関数 $f(t)$ に対するラプラス変換を $F(s)$ と書くと、

$$F(s) \equiv \int_0^{\infty} f(t) \cdot \exp(-st) \cdot dt$$

と定義される。様々な関数に対するラプラス変換は以下の通りである。

$f(t)$	\rightarrow	$F(s)$
$\delta(t)$		1
階段関数 $\text{step}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$		$1/s$
t		$\frac{1}{s^2}$
t^2		$\frac{2}{s^3}$
$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}$		$\frac{1}{s^n}$
$\exp(-at)$		$1/(s+a)$
$\sin(at)$		$a/(s^2+a^2)$
$t \cdot \exp(-at)$		$1/(s+a)^2$
$\exp(-at) \cdot \sin(bt)$		$b/[(s+a)^2+b^2]$
$\exp(-at) \cdot f(t)$		$F(s+a)$
$f(t/a)$		$a \cdot F(as)$
$\frac{df(t)}{dt}$		$s \cdot F(s) - f(0)$
$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$		$s^2 F(s) - s f(0) - f'(0)$
$\int_0^t f(t') \cdot dt'$		$F(s)/s$
$\int_0^t f(t-t') \cdot g(t') \cdot dt'$		$F(s) \cdot G(s)$

2 チャージセンシティブアンプ回路

(1) Figure 3 に示す比例計数管を用いた X 線放射線計測システムを考える。この動作を理解するために、正確では無いが(たとえば時間変化とかイオンの役割とか)簡単なモデルをつくって理解する。

X 線が比例計数管に入射し光電効果が起こると一次電子群が誕生し、芯線へ引っ張られていく。芯線付近の強い電場により、電子増幅がなだれ的に起こり増幅された二次電子群が芯線に入り、比例計数管から電気信号として出力される。芯線に入る電子の数は、最初の X 線エネルギーに比例するので、その比例計数管から出力される電荷の量を測定することで X 線エネルギーを測定することが出来る。

さて、あるエネルギーを持つ X 線が比例計数管で検出された場合を考える。簡単のため、その時に比例計数管から出力される電荷は、矩形波のパルスとして $10\mu\text{sec}$ の間に、電子 10^6 個が出力されたとする。まずは、Figure 3 の C_2 の存在は無視し、オペアンプや素子は理想的なものとする。

- 比例計数管の芯線にかかる DC 的な電圧 V_0 はいくらか？
- R_0 と C_1 の役割を述べよ。ヒント: もしも C_1 がなかったらどうなる? もしも R_0 が無かったら?
- X 線が入射した時に出力される電圧 V_1 の電圧波形を図で示せ。必要なら図の回路定数を用いること、また、電荷素量は $1.6 \times 10^{-19}[\text{C}]$ である。

(2) オペアンプのオープンループゲインが A の場合を考える。現実の Figure 3 のシステムには、比例計数管とオペアンプを結ぶ信号線には浮遊容量と呼ばれる容量 C_2 が存在する。この容量は pF オーダであり、 C_f にとって無視できない存在である。そのため、比例計数管から出力された電荷 Q は、 C_2 と C_f に分割され蓄積されることとなる。それぞれの容量で蓄積される電荷量を求めよ。また、オープンループゲインが無限大になった場合にどうなるかも示せ。

(3) オペアンプには、バイポーラトランジスタ入力型と FET 入力型の 2 種類がある。Figure 3 の回路に使用するオペアンプとしては、どちらが適当か述べ、その理由を説明せよ。

(4) 現実のオペアンプの性能を決める要素として、GB 積とスルーレートがある。それぞれを説明しなさい(これはオペアンプ一般の話です)。

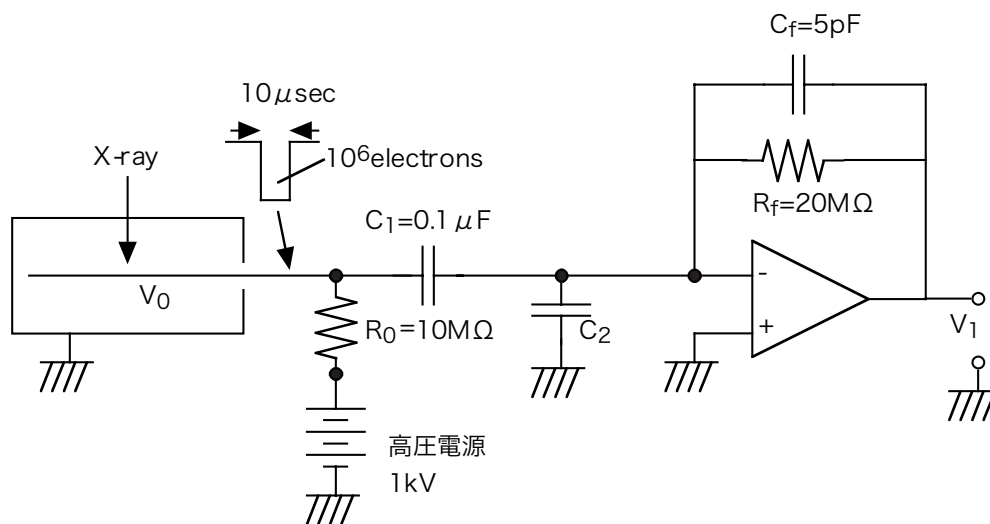


Figure 3:

3 トランジスタとオペアンプ回路

(1) 理想オペアンプ 1 個を用いた非反転増幅回路を考える。

- 入力インピーダンス ∞ 、出力インピーダンス 0 を持つゲイン 10 倍の非反転増幅回路を設計せよ。使用する抵抗などの素子の値も決めること。
- a) の回路に抵抗を加え、入力インピーダンス 50Ω 、出力インピーダンス 100Ω を持つゲイン 10 倍の非反転増幅回路に変更せよ。
- 上記の回路で、オペアンプのマイナス入力とプラス入力を反対にすると正常に動作しなくなる。その理由を述べよ。

(2) Figure 4 は (授業でやった) ベース接地回路である。 V_{in} に小さい AC 信号を与え、出力信号 V_{out} を観測する。ベース-エミッタ間の電圧降下を $0.7V$ 、 $\beta \ll 1$ として以下の間に答えよ。

- 入力信号を加えない場合のトランジスタのエミッタ、コレクタ、ベースの DC 電圧を求めよ。数字のみでなく、求める過程も示すこと。
- V_{in} に小さい AC 信号を入れた場合の電圧増幅率を求めよ。答えの数字のみを示すのではなく、それを求める過程も示すこと。
- この回路の AC 的な入力インピーダンスを求めよ。

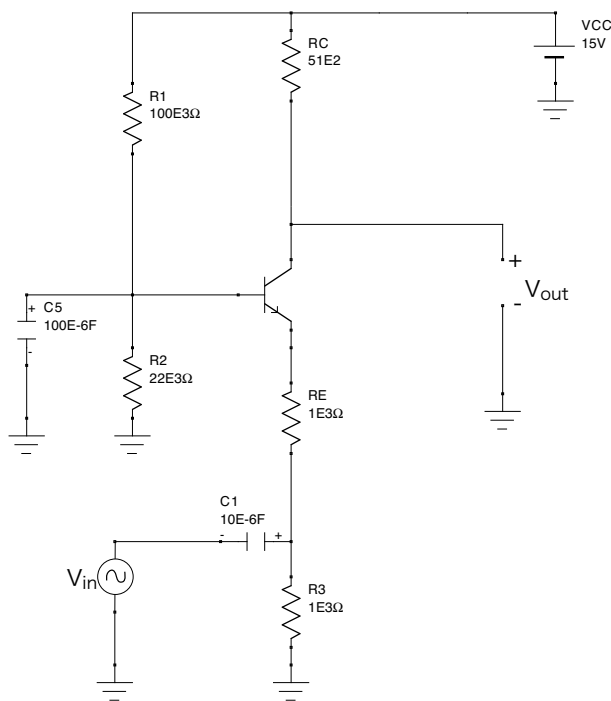


Figure 4:

おつかれ様でした。