

2003年度 核・素・宇宙実験学 III (エレクトロニクス) 試験問題

2004/01/27 鶴 剛

1 フィルター回路と過渡特性

Figure 1 に示す抵抗 (抵抗 R)、コンデンサー (容量 C)、コイル (インダクタンス L) を用いた共振回路を考える。ただし、角周波数を ω と表し、 $L < 4R^2C$ であるとする。

(1) まず、過渡特性を計算する。

- 入力信号として、高さ V_0 の階段関数的な信号を入れた場合に得られる出力信号を計算せよ。
- $R = 10\text{k}\Omega$ 、 $C = 0.1\mu\text{F}$ 、 $L = 0.1\text{H}$ の場合、入力信号として、高さ 1V の階段関数的な信号を入れた場合に得られるおおよその出力信号を図示せよ。図には典型的な数値をいれること。

(2) 次に、上で得られた過渡特性を定性的に理解する。次の文書の [あ]~[く] に対して穴埋めをし、c), d), e) の間に答えよ。

- コンデンサーおよびコイルのインピーダンスはそれぞれ [あ]、[い] と書ける。よって、Figure 1 の回路に正弦波を入力した場合、その周波数が十分低い場合と高い場合の周波数特性 ($|V_{\text{out}}/V_{\text{in}}|$) は近似的に [う]、[え] と書ける。両者の近似が入れ替わる角周波数は [う] と [え] が等しいと置くことで求められ、その値は [お] である。また、その時 [う] および [え] が取る値は [か] である。
- 正弦波を入れた場合の周波数特性 ($|V_{\text{out}}/V_{\text{in}}|$) を近似の無い完全な式で示すと [き] になる。[き] は角周波数が [お] の時に $|V_{\text{out}}/V_{\text{in}}|$ はピーク値 [く] を持つ。
- a) と b) をまとめて Figure 1 の回路の周波数特性のおおよその形を図に示せ。
- 既にお分りの通り [か] と [く] は違う値である。これはどう理解できるのか説明せよ。
- 階段関数的な信号を定性的に考えると、階段の信号を入った瞬間に周波数の高い成分が入力され、その後 DC に近付いていくと理解できる。この理解と上の設問で得られた理解を踏まえ、(1) で得られる出力信号を定性的に説明せよ。

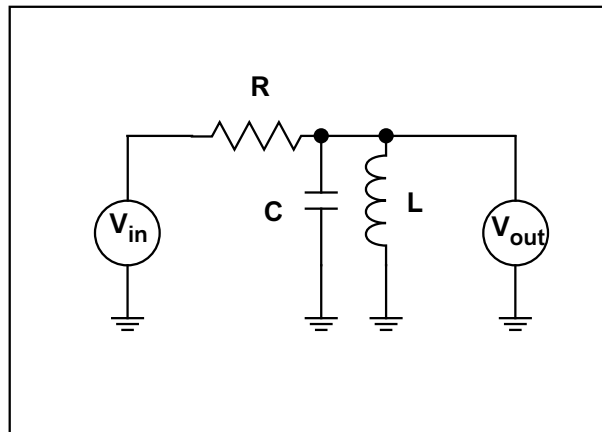


Figure 1:

(参考) ラプラス変換のテーブル

実関数 $f(t)$ に対するラプラス変換を $F(s)$ と書くと、

$$F(s) \equiv \int_0^{\infty} f(t) \cdot \exp(-st) \cdot dt$$

と定義される。様々な関数に対するラプラス変換は以下の通りである。

$f(t)$	\rightarrow	$F(s)$
$\delta(t)$		1
階段関数 $\text{step}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$		$1/s$
t		$\frac{1}{s^2}$
t^2		$\frac{2}{s^3}$
$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}$		$\frac{1}{s^n}$
$\exp(-at)$		$1/(s+a)$
$\sin(at)$		$a/(s^2+a^2)$
$t \cdot \exp(-at)$		$1/(s+a)^2$
$\exp(-at) \cdot \sin(bt)$		$b/[(s+a)^2+b^2]$
$\exp(-at) \cdot f(t)$		$F(s+a)$
$f(t/a)$		$a \cdot F(as)$
$\frac{df(t)}{dt}$		$s \cdot F(s) - f(0)$
$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$		$s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$
$\int_0^t f(t') \cdot dt'$		$F(s)/s$
$\int_0^t f(t-t') \cdot g(t') \cdot dt'$		$F(s) \cdot G(s)$

2 伝送線

- (1) ある程度長い距離で高周波信号の伝達をさせる場合には、同軸ケーブルを用いることが多い。
- 裸の2本線ではなく同軸ケーブルを使う理由を2つ述べよ。
 - 出力インピーダンス 50Ω の信号発生器からの出力信号を、入力インピーダンス $10M\Omega$ のオシロスコープで観測しながら、入力インピーダンス $10M\Omega$ の測定器に入れる。その際 50Ω の同軸ケーブルを用いて反射が起きないように繋ぐにはどう繋げば良いか、図示せよ。同軸ケーブル以外にターミネーターやT字端子などのコネクタを用いても構わない。
- (2) 同軸ケーブルの等価回路を Figure 2 に示す。 L および C は単位長さ当たりのインダクタンスと容量である。周波数 ω の信号について電流を $I(t, z) = I(z)e^{i\omega t}$ 、電圧を $V(t, z) = V(z)e^{i\omega t}$ とする。
- Figure 2 を参照し、 ΔV 、 Z_L 、 Δz 、 I の間に成り立つ式を示せ。
 - 図2のコンデンサーに関して、単位長さ当たりのアドミタンスを Y_C とする。アドミタンスはインピーダンスの逆数であり、コンデンサーの容量とアドミタンスは正比例する。このことに注意し、a) 同様に、 ΔI 、 Y_C 、 Δz 、 V の間に成り立つ式を示せ。
 - Z_L と Y_C を使わないで、 C や L などを使い上の a) と b) の式を書き直せ。
 - c) で求めた2つの式を z に関する2つの微分方程式に書き直せ。
 - d) で求めた微分方程式を解き、 $I(t, z)$ と $V(t, z)$ を求めよ。ただし初期値 $I(0, 0) = I_0$ 、 $V(0, 0) = V_0$ とする。
 - この伝送線を伝わる信号の速度を求めよ。その速度が信号の周波数に対してどう依存するか述べよ。
 - $V(t, z)/I(t, z)$ を求めよ (この値のことを特性インピーダンスと呼ぶ)。

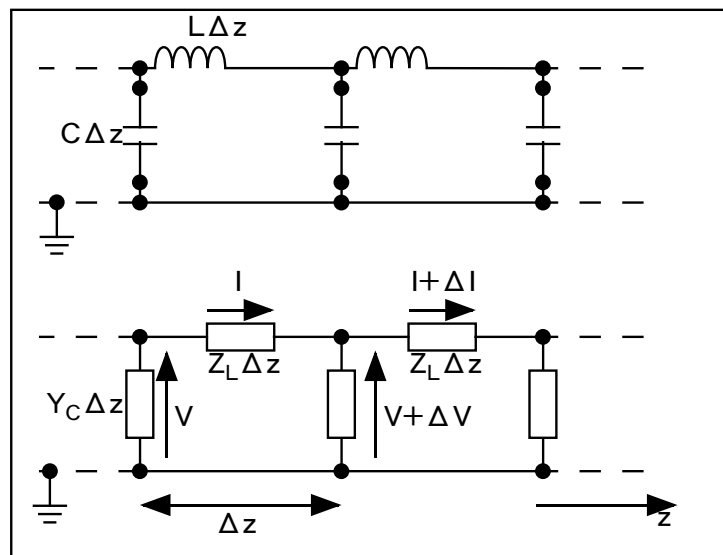


Figure 2:

3 トランジスタとオペアンプ回路

(1) 理想オペアンプ 1 個を用いた非反転増幅回路を考える。

- 入力インピーダンス ∞ 、出力インピーダンス 0 を持つゲイン 10 倍の非反転増幅回路を設計せよ。使用する抵抗などの素子の値も決めること。
- a) の回路に抵抗を加え、入力インピーダンス 50Ω 、出力インピーダンス 100Ω を持つゲイン 10 倍の非反転増幅回路に変更せよ。
- 上記の回路で、オペアンプのマイナス入力とプラス入力を反対にすると正常に動作しなくなる。その理由を述べよ。

(2) Figure 3 は (授業でやった) ベース接地回路である。 V_{in} に小さい AC 信号を与え、出力信号 V_{out} を観測する。ベース-エミッタ間の電圧降下を $0.7V$ 、 $\beta \ll 1$ として以下の間に答えよ。

- 入力信号を加えない場合のトランジスタのエミッタ、コレクタ、ベースの DC 電圧を求めよ。数字のみでなく、求める過程も示すこと。
- V_{in} に小さい AC 信号を入れた場合の電圧増幅率を求めよ。答えの数字のみを示すのではなく、それを求める過程も示すこと。
- この回路の AC 的な入力インピーダンスを求めよ。

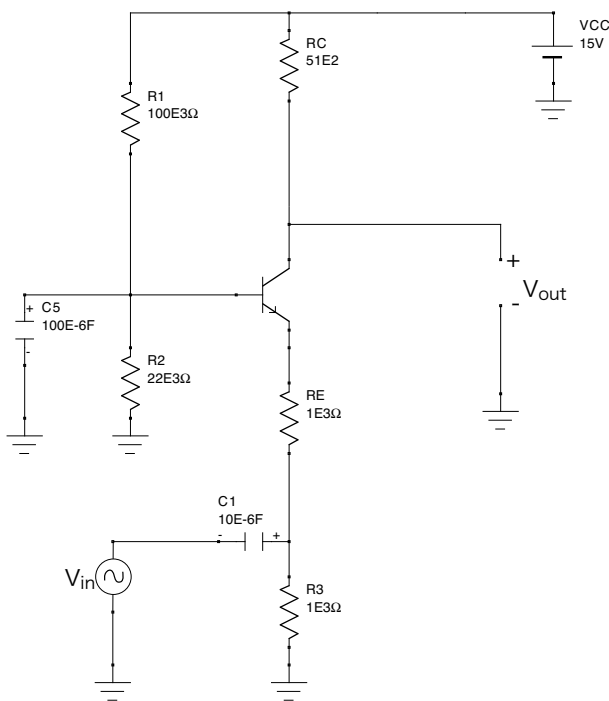


Figure 3:

おつかれ様でした。