宇宙物理入門
講義資料

第14章：コンプトン散乱・逆コンプトン散乱

Ver. 0

鶴 剛 (tsuru＠cr.scphys.kyoto-u.ac.jp)

トムソン，コンプトン，逆コンプトン

トムソン散乱と、コンプトン散乱および逆コンプトン散乱、との違いは、光子および電子のエネルギーで決まる。

1) トムソン散乱:　観測者系において、電子エネルギーが電子静止エネルギーより十分小さく、光子エネルギーも電子静止エネルギーよりも十分小さい場合。両者の間でエネルギーのやりとりは無い。

2) コンプトン散乱:　観測者系において、電子エネルギーが電子静止エネルギーより十分小さく、光子エネルギーは電子静止エネルギーよりも十分大きい場合。光子から電子へエネルギーが渡される。

3) 逆コンプトン散乱:　観測者系において、電子エネルギーが電子静止エネルギーよりも十分大きい場合。この過程はさらに、電子の静止系にローレンツ変換した場合の状況で 2 つにわけられる。

3-a) 電子静止系でトムソン散乱:　電子静止系での光子エネルギーが電子静止エネルギーに比べて十分小さく、トムソン散乱が起こる場合。観測者系で最終的に電子から光子へエネルギーが渡される。

3-b) 電子静止系でコンプトン散乱:　電子静止系での光子エネルギーが電子静止エネルギーに比べて十分小さく、コンプトン散乱が起こる場合。

コンプトン散乱

コンプトン散乱 (光子が電子より大きなエネルギーを持つ)

入射光子、散乱光子のエネルギーをそれぞれ ϵ、ϵ_1 とする

トムソン散乱では

$$\epsilon_1 = \epsilon \qquad \frac{d\sigma_{\mathrm{T}}}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 \left(1 + \cos^2\theta\right) \qquad \sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2$$

コンプトン散乱では、

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon}{1 + \frac{\epsilon}{mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon^2} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_1} + \frac{\epsilon_1}{\epsilon} - \sin^2\theta \right)$$

$$\sigma = \sigma_T \frac{3}{4} \left[\frac{1+x}{x^3} \left(\frac{2x(1+x)}{1+2x} - \ln(1+2x) \right) + \frac{1}{2x} \ln(1+2x) - \frac{1+3x}{(1+2x)^2} \right] \qquad x \equiv h\nu/mc^2$$

$$\sigma \simeq \sigma_T \left(1 - 2x + \frac{26x^2}{5} + \cdots \right) \quad (x \ll 1) \qquad \sigma = \frac{3}{8} \sigma_T x^{-1} \left(\ln 2x + \frac{1}{2} \right) \quad (x \gg 1)$$

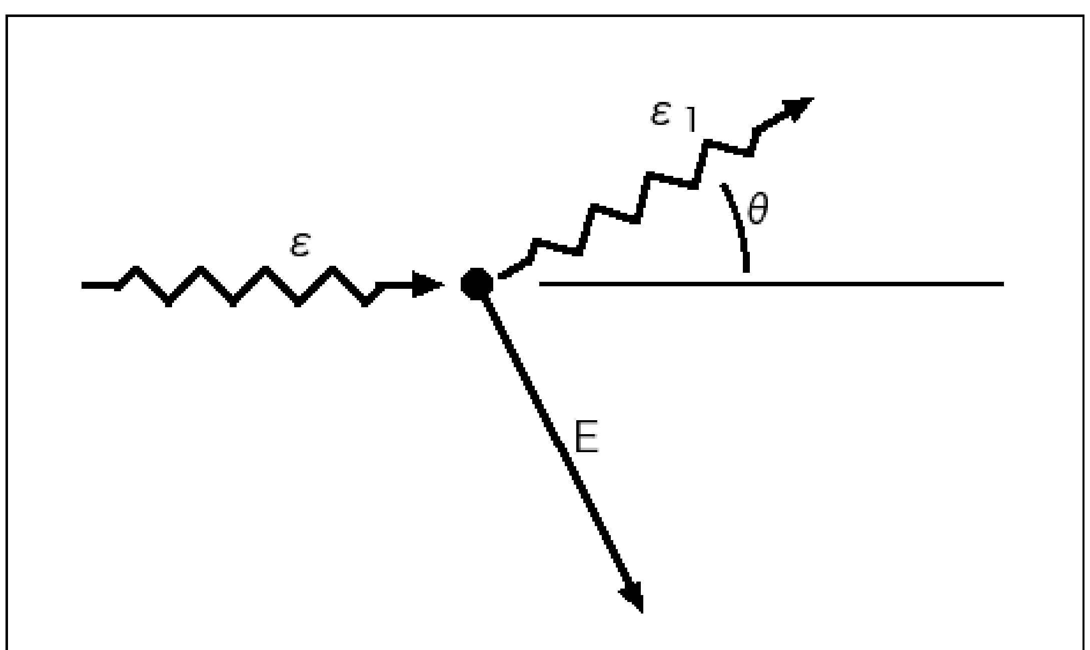
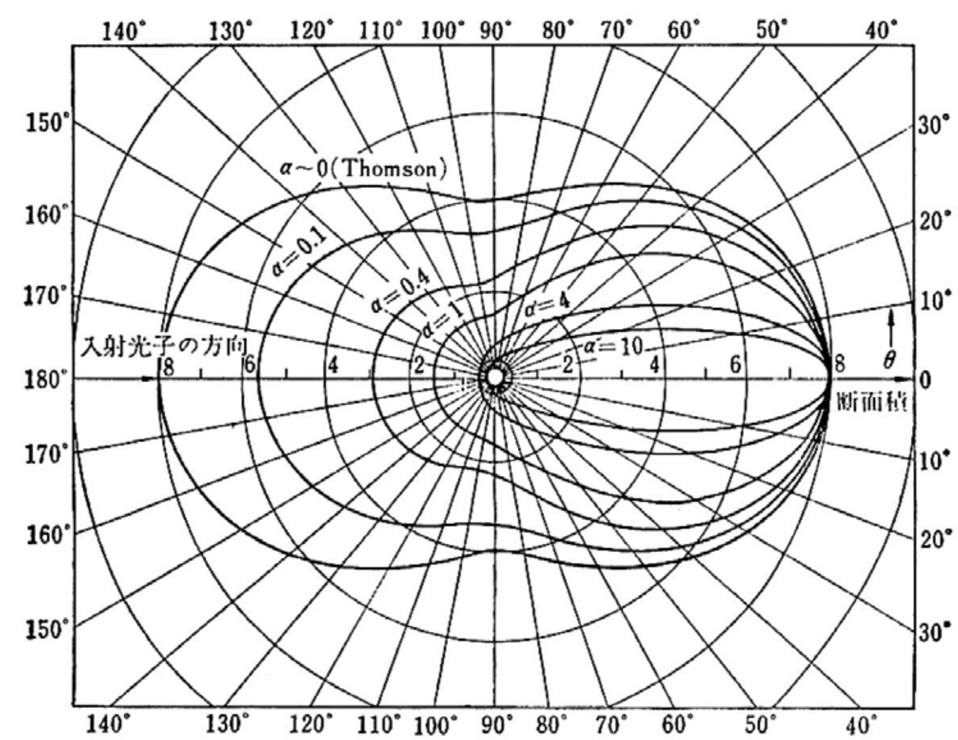


図 14.1: コンプトン散乱の Kinematics



偏光していない光子に対するトムソン散乱とコンプトン散乱の散乱断面積。$\alpha = h\nu/m_e c^2$ である。

逆コンプトン散乱(1)

大きなエネルギーを持つ 粒子がエネルギーの低い光子と散乱し高エネルギーに叩き上げる過程を逆コンプトン散乱と呼ぶ。
観測者系からローレンツ変換を行い上記の電子の静止系に移る。

$$\epsilon' = \epsilon\gamma(1-\beta\cos\theta)$$

観測者系では入射光子のエネルギーは入射電子に比べて非常に低い。
よって、電子の静止系に移った段階では γ 倍に ブーストされて

$$\epsilon' = \epsilon\gamma(1-\beta\cos\theta) \simeq \gamma\epsilon$$

となると考えて良い。

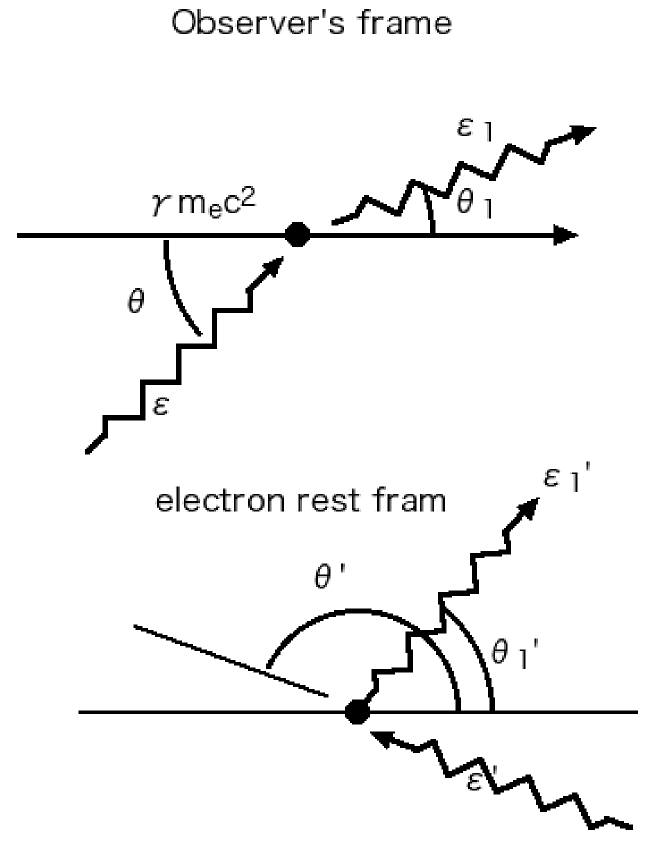
ここで、電子での静止系での入射光子のエネルギーにより 2 つの領域分けられる。

この電子の静止系での入射光子エネルギー ϵ' が電子の静止質量よりも小さい場合はトムソン散乱で考えて良い。

一方、ϵ' が電子の静止質量よりも大きい場合はコンプトン散乱となる。

逆コンプトン散乱(2) 電子の静止系での散乱

電子の静止系でトムソン散乱 $\epsilon' \simeq \gamma\epsilon \ll m_{\rm e}c^2 \quad \gamma \cdot \frac{\epsilon}{m_{\rm e}c^2} \ll 1$



トムソン散乱のために電子の静止系での散乱光子は入射光子と同じエネルギーを持つ。

一方、散乱電子は静 止したままである。

次に観測者系に移る際に散乱光子は座標変換で元に戻る際もう一度 γ 倍の前方ブーストを受ける

その結果 $\epsilon_1' \simeq \gamma\epsilon' \simeq \gamma^2\epsilon$ となる。

散乱断面積は先ほどのコンプトン散乱 $x = \epsilon/m_{\rm e}c^2 \ll 1$ の極限と同じくトムソン散乱に近くなる。

入手光子および電子が等方的と考えて、散乱によって放射される全エネルギーは、

一回の散乱により入射光子は約 γ^2 倍のエネルギーをもらうが、入射光子は等方的であるなどを 計算して

$$P_{\rm compt} = \frac{4}{3}\sigma_{\rm T} c\gamma^2\beta^2 U_{\rm ph}$$

$U_{\rm ph}$ は入射光子 (ソフトフォトンとか言う) のエネルギー密度である。

電子の静止系でコンプトン散乱 **(Klein-Nishina)** $\epsilon' \simeq \gamma\epsilon \gg m_{\rm e}c^2 \quad \gamma \cdot \frac{\epsilon}{m_{\rm e}c^2} \gg 1$

電子静止系ではコンプトン散乱が行なわれ、電子静止系での光子は電子にエネルギーを与えてしまう。

その結果 元の系にもどっても、γ^2 倍になるということはない。

$$\epsilon_1 < \epsilon + \gamma m_{\rm e}c^2 \simeq \gamma m_{\rm e}c^2$$

多くの場合、不等号無視して $\epsilon_1 \simeq \gamma m_{\rm e}c^2$ と近似することが多い。

散乱断面積も Klein-Nishina によりどんどん小さくなる。

入手光子および電子が等方的と考えて、散乱によって放射される全エネルギーは、

$$P_{\rm compt} = \frac{4}{3}\sigma_{\rm T} c\gamma^2\beta^2 U_{\rm ph}\left[1 - \frac{63}{10}\frac{\gamma < \epsilon^2 >}{m_{\rm e}c^2 < \epsilon >}\right]$$

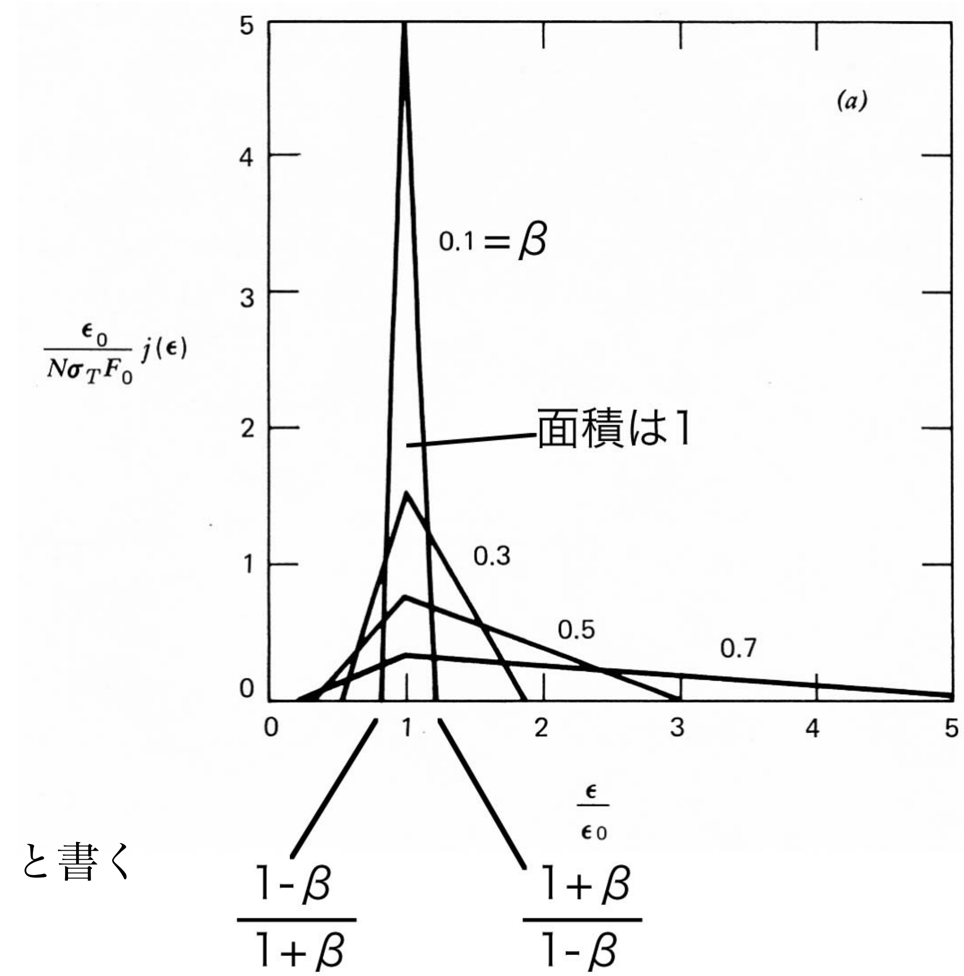
逆コンプトン散乱(3) 放射される光子スペクトル

等方的な単一エネルギー同士の電子と光子の場合

答のみを示す。

$$j(\epsilon_1) = \frac{N\sigma_{\mathrm{T}}F_0}{4\epsilon_0\gamma^2\beta^2}\begin{cases}(1+\beta)\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}-(1-\beta) & \frac{1-\beta}{1+\beta}<\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}<1\\(1+\beta)-\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}(1-\beta) & 1<\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}<\frac{1+\beta}{1-\beta}\\0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

N は電子の個数密度 [個/cm^3]、
F_0 は単位立体角当たりに飛ぶ入射光子の個数フラックス [個/cm$^2 \cdot$ sec $\cdot$ str]
$N\sigma_{\mathrm{T}}F_0$ の単位は、[回/cm$^3 \cdot$ sec $\cdot$ str]、j の単位は [個/cm$^3 \cdot$ sec $\cdot$ str]



等方的な単一エネルギー同士の電子と光子の逆コンプトン散乱により放射される散乱光子のスペクトル

電子が巾関数的なスペクトルを持つ場合

電子の個数スペクトルを $\frac{dN_{\mathrm{e}}}{d\gamma}$、散乱光子のエネルギースペクトルを $\frac{dE}{dVd\epsilon_1dt}$ と書く

$$\frac{dN_{\mathrm{e}}}{d\gamma}(\gamma) = N_0\cdot\gamma^{-p} \qquad \frac{dE}{dVd\epsilon_1dt}(\epsilon_1) = C\cdot\epsilon_1^{-}$$

電子の個数スペクトルの傾き $-p$ に対し、
エネルギーインデックスとフォトンインデックスはそれぞれ

$$\alpha = -\frac{p-1}{2}, \Gamma = -\frac{p+1}{2}$$

これは、シンクロトロンの場合と全く同じである。

逆コンプトン散乱とシンクロトロン放射

シンクロトロンの放射全エネルギーは

$$P_{\rm sync} \quad = \quad \frac{4}{3} c\gamma^2\beta^2 U_{\rm B} \qquad\qquad U_{\rm B} \quad = \quad \frac{B^2}{8\pi}$$

これと逆コンプトン散乱の放射全エネルギーは磁場のエネルギー密度を
ソフトフォトンの輻射エネルギー密度に書きかえたものに一致し、同一の電子により、
逆コンプトン散乱とシンクロトロン輻射の両方が観測される場合は、

$$\frac{P_{\rm sync}}{P_{\rm compt}} \quad = \quad \frac{U_{\rm B}}{U_{\rm ph}}$$

これは、電子が衝突する相手が静磁場であるか変動する磁場-電場であるかの違いに過ぎない。

よって、静電場 の場合も同様の輻射過程が存在するはずである。