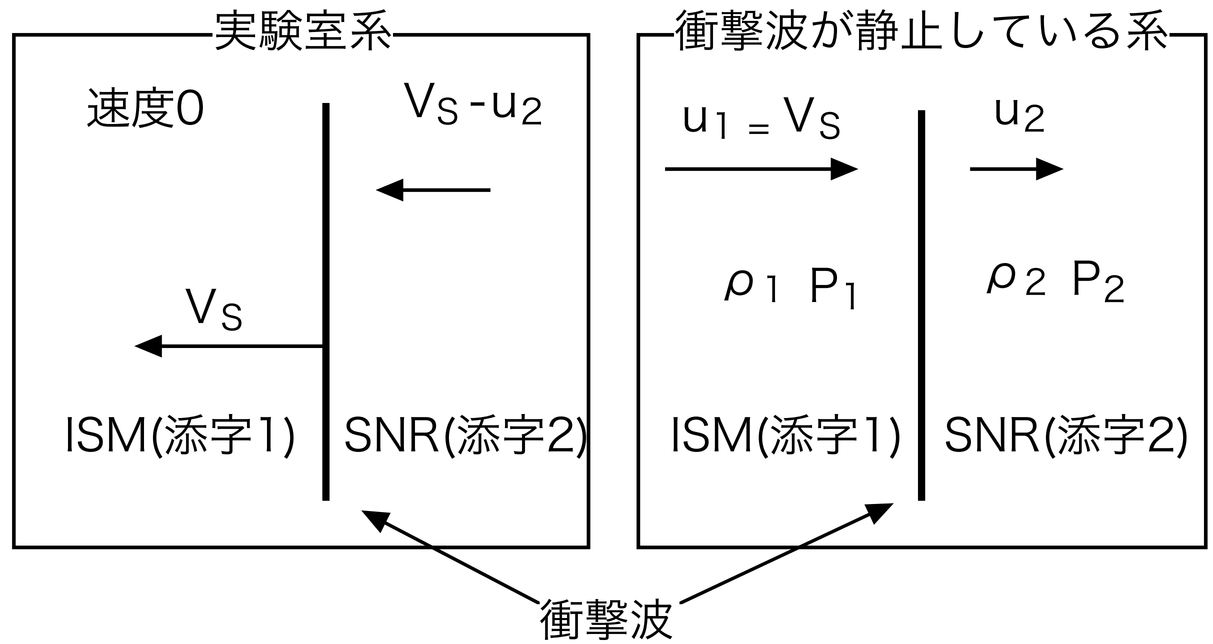
宇宙物理入門
講義資料

第10章：衝撃波と超新星残骸

Ver. 1

鶴 剛 (tsuru＠cr.scphys.kyoto-u.ac.jp)

一次元衝撃波とRankine=Hugoniotの関係式(1)



衝撃波が通過する前の物質 (ISM) には添字 1 を、通過した後 (SNR) には添字 2 をつける。衝撃波が通過する前の物質は停止しており、通過すると運動を開始する。しかしそれだと扱いにくいので、衝撃波の静止系で物事を考える。その場合衝撃波面に対し、ISM が衝撃波の伝わる速度で衝撃波面に衝突し、衝撃波面を通過後に速度が遅くなる。

衝撃波面の前面での速度 (すなわち衝撃波の伝わる速度)、密度、圧力、温度を u_1、ρ_1、P_1、T_1

後面での速度、密度、圧力、温度を u_2、ρ_2、P_2、T_2

衝撃波面前後の「単位質量当たりの」エンタルピーを w_1、w_2　断熱 指数を γ

次の 3 つの保存則が成り立つ。

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad \text{:質量保存}$$

$$P_1 + \rho_1 u_1^2 = P_2 + \rho_2 u_2^2 \quad \text{:運動量保存} \qquad (P_2 - P_1) \quad \text{圧力差で面に行われる単位時間当たりの力積}$$

$$w_1 + \frac{1}{2}u_1^2 = w_2 + \frac{1}{2}u_2^2 \quad \text{:単位質量当たりのエネルギー保存=断熱変化}$$

以上の 3 つの式を Rankine=Hugoniot の関係式と呼ぶ。

一次元衝撃波とRankine=Hugoniotの関係式(2)

以下では理想気体を仮定し「単位質量あたりの」内部エネルギーを ε とする

$$\varepsilon = \frac{P}{\rho}\frac{1}{\gamma-1} \qquad w = \gamma\varepsilon = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P}{\rho}$$

$$\gamma = \left(\frac{d\ln P}{d\ln n}\right)_S = C_P/C_V = 5/3 \quad \text{(非相対論的理想気体)}$$

$$= 4/3 \quad \text{(相対論的理想気体、光子気体)}$$

エネルギー保存は

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{1}{2}u_1^2 = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{1}{2}u_2^2$$

この式と、質量保存、運動量保存を合わせる

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{(\gamma+1)P_1 + (\gamma-1)P_2}{(\gamma-1)P_1 + (\gamma+1)P_2}$$

ここで、強い衝撃波という仮定 $P_2 \gg P_1$ すなわち $T_2 \gg T_1$

マッハ数 M $\quad M_1 \equiv \frac{u_1}{c_1}$

$c_s=(\gamma ZkT_e/\mu m_H)$^0.5

以上の式から次の関係が得られる

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2+2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma M_1^2}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(2\gamma M_1^2-(\gamma-1)\right)\left((\gamma-1)M_1^2+2\right)}{(\gamma+1)^2 M_1}$$

$$M_2^2 = \frac{2+(\gamma-1)M_1^2}{2\gamma M_1^2-(\gamma-1)}$$

一次元衝撃波とRankine=Hugoniotの関係式(3)

さらに、衝撃波の速度が ISM の音速よりも非常に速いという仮定、 $M_1 = \frac{u_1}{c_1} \gg 1$ をつける

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \frac{\gamma+1}{\gamma-1}\rho_1 \\ u_1^2 &= \frac{1}{2}(\gamma+1)\frac{P_2}{\rho_1} \\ u_2^2 &= \frac{1}{2}\frac{(\gamma-1)^2}{\gamma+1}\frac{P_2}{\rho_1} \\ u_2 &= \frac{\gamma-1}{\gamma+1}u_1 \\ P_2 &= \frac{2\rho_1 u_1^2}{\gamma+1} \\ T_2 &= \frac{m}{k}\frac{P_2}{\rho_2} = \frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2}\frac{m}{k}u_1^2 \end{aligned}$$

m は平均分子質量なので、衝撃波により温度が上昇し冷たい物質がプラズマ化した場合には注意する

$\gamma = 5/3$ の場合、

$$\begin{aligned} \rho_2 &= 4\rho_1 \\ u_2 &= \frac{1}{4}u_1 \\ kT_2 &= \frac{3}{16}\mu m_{\mathrm{H}} u_1^2 \\ u_1^2 &= \sqrt{\frac{16kT_2}{3\mu m_{\mathrm{H}}}} \end{aligned}$$

慣習に従い $m = \mu m_{\mathrm{H}}$ と書いた。

一次元衝撃波とRankine=Hugoniotの関係式(4)

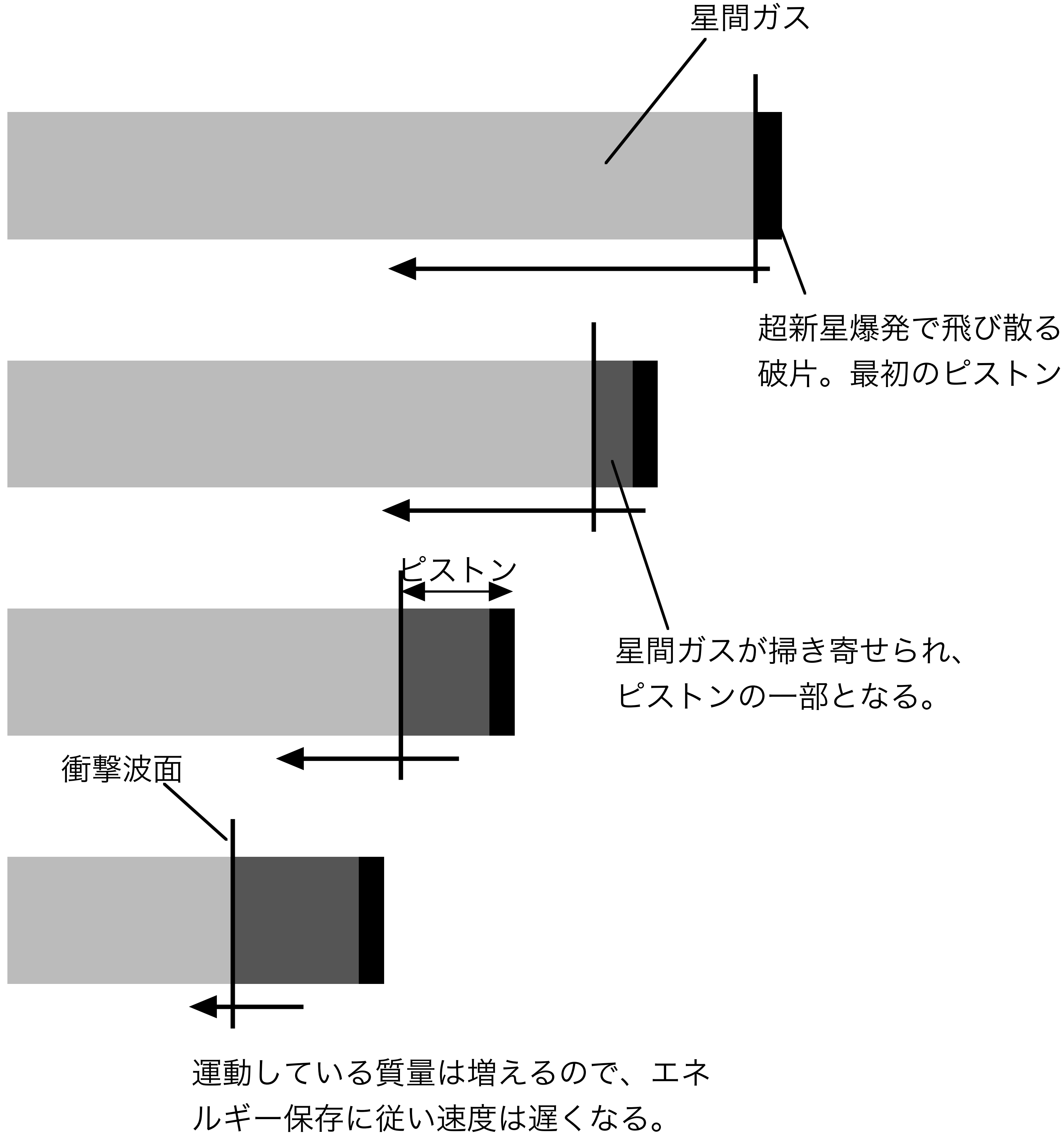
衝撃波通過後の単位体積あたりの運動エネルギー E_{K} と熱エネルギー E_{T} の配分

$$E_{\mathrm{T}} = \rho_2\varepsilon_2 = \rho_2\frac{P_2}{\rho_2}\frac{1}{\gamma-1} = P_2\frac{1}{\gamma-1} = \frac{2\rho_1 u_1^2}{(\gamma-1)(\gamma+1)} = \frac{2\rho_1}{(\gamma-1)(\gamma+1)}V_s^2$$

$$E_{\mathrm{K}} = \frac{1}{2}\rho_2\left(V_s-u_2\right)^2 = \frac{1}{2}\rho_2\left(V_s-\frac{\gamma-1}{\gamma+1}V_s\right)^2 = \frac{1}{2}\rho_2\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^2 V_s^2 = \frac{2\rho_1}{(\gamma-1)(\gamma+1)}V_s^2$$

γ によらず等分配されることになる。

一次元衝撃波の成長のイメージ



星間ガスが掃き寄せられ一体となり、ピストンを形成していく。

図 10.2: 衝撃波の成長

3つの保存則についての補足

管を通過する流体を考える。質量、運動量、エネルギーに関する保存則に

$$
\begin{aligned}
\rho_1 u_1 \Delta t S_1 &= \rho_2 u_2 \Delta t S_2 \quad \text{:質量保存} \\
P_1 S_1 \Delta t + (\rho_1 u_1 \Delta t S_1) u_1 &= P_2 S_2 \Delta t + (\rho_2 u_2 \Delta t S_2) u_2 \quad \text{:運動量保存} \\
\frac{1}{2}(\rho_1 u_1 \Delta t S_1) u_1^2 + (\rho_1 u_1 \Delta t S_1)\varepsilon_1 + P_1 S_1 (u_1 \Delta t) &= \frac{1}{2}(\rho_2 u_2 \Delta t S_2) u_2^2 + (\rho_2 u_2 \Delta t S_2)\varepsilon_2 + P_2 S_2 (u_2 \Delta t) \quad \text{:エネルギー保存}
\end{aligned}
$$

運動量保存は、(外部流体からもらう力積 or 与える力積)+(運動量) が保存している。

エネルギー保存は、(バルクな運動エネルギー)+(内部エネルギー)+(外部流体からされる仕事 or する仕事) が保存している

それぞれの式の Δt を消し、エネルギー保存の式の両辺を質量保存の式の両辺で割る

$$
\begin{aligned}
\rho_1 u_1 S_1 &= \rho_2 u_2 S_2 \quad \text{:質量保存} \\
P_1 S_1 + \rho_1 u_1^2 S_1 &= P_2 S_2 + \rho_2 u_2^2 S_2 \quad \text{:運動量保存} \\
\frac{1}{2}u_1^2 + \varepsilon_1 + \frac{P_1}{\rho_1} &= \frac{1}{2}u_2^2 + \varepsilon_2 + \frac{P_2}{\rho_2} \quad \text{:エネルギー保存}
\end{aligned}
$$

$\varepsilon + \frac{P}{\rho}$ の ε は単位質量あたりの内部エネルギーである。

体積 V においては、質量が ρV なのでこれを かけ算をすると、エンタルピーになる。 $\left(\varepsilon + \frac{P}{\rho}\right)\rho V = U + PV = H$

単位質量あたりのエンタルピーを w とすると、 $\varepsilon + \frac{P}{\rho} = w$

3 つの保存則は

$$
\begin{aligned}
\rho_1 u_1 S_1 &= \rho_2 u_2 S_2 \quad \text{:質量保存} \\
P_1 S_1 + \rho_1 u_1^2 S_1 &= P_2 S_2 + \rho_2 u_2^2 S_2 \quad \text{:運動量保存} \\
\frac{1}{2}u_1^2 + w_1 &= \frac{1}{2}u_2^2 + w_2 \quad \text{:エネルギー保存}
\end{aligned}
$$

さらに、S_1 と S_2 が等しいなら

$$
\begin{aligned}
\rho_1 u_1 &= \rho_2 u_2 \quad \text{:質量保存} \\
P_1 + \rho_1 u_1^2 &= P_2 + \rho_2 u_2^2 \quad \text{:運動量保存} \\
\frac{1}{2}u_1^2 + w_1 &= \frac{1}{2}u_2^2 + w_2 \quad \text{:エネルギー保存}
\end{aligned}
$$

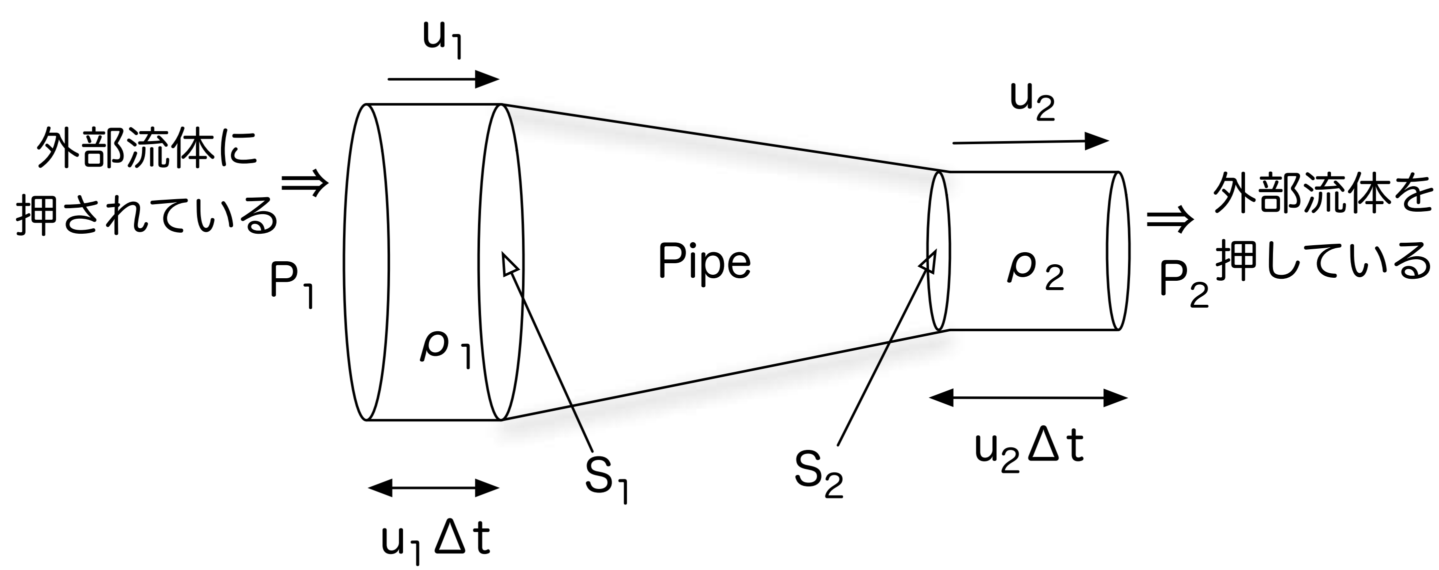


図 10.3: 管を通る流体

磁場の強い白色矮星

磁場の強い白色矮星に降着する物質は、白色矮星表面付近でスタンディングショックを形成する。そのショックを通過後放射で冷却し白色矮星表面に軟着陸する。スタンディングショク通過直後のプラズマ温度 T_{S} は、白色矮星の半径 R_{WD} と質量 M_{WD} の関数で決まる (Aizu 1973; Fujimoto and Ishida 1997)。

白色矮星めがけて自由落下した場合の Free-Fall 速度 v_{ff} は

$$G\frac{\mu m_{\mathrm{H}} M_{\mathrm{WD}}}{R_{\mathrm{WD}}} = \frac{1}{2}\mu m_{\mathrm{H}} v_{\mathrm{ff}}^2$$

v_{ff} が衝撃波速度 $V_{\mathrm{S}} = u_1$ と等しい。

$$V_{\mathrm{S}} = u_1 = v_{\mathrm{ff}}$$

$\gamma = 5/3$ の時、衝撃波通過後の温度 T_{S} と u_1 の関係式は

$$k_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{S}} = k_{\mathrm{B}} T_2 = \frac{3}{16}\mu m_{\mathrm{H}} u_1^2$$

以上をまとめる

$$k_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{S}} = \frac{3}{8} G \frac{\mu m_{\mathrm{H}} M_{\mathrm{WD}}}{R_{\mathrm{WD}}}$$

$$k_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{S}} = 16 \left(\frac{M_{\mathrm{WD}}}{0.5 M_{\odot}}\right) \left(\frac{R_{\mathrm{WD}}}{10^9 \mathrm{cm}}\right)^{-1} \quad [\mathrm{keV}]$$

X線観測から T_{S} を決めることができれば、観測した白色矮星の質量と半径の関係が 1 つ決まる。

一方で、白色 矮星の内部構造から別の質量と半径の関係

$$R_{\mathrm{WD}} = 0.78 \times 10^9 \left[\left(\frac{1.44 M_{\odot}}{M_{\mathrm{WD}}}\right)^{2/3} - \left(\frac{M_{\mathrm{WD}}}{1.44 M_{\odot}}\right)^{2/3}\right]^{1/2} \quad [\mathrm{cm}]$$

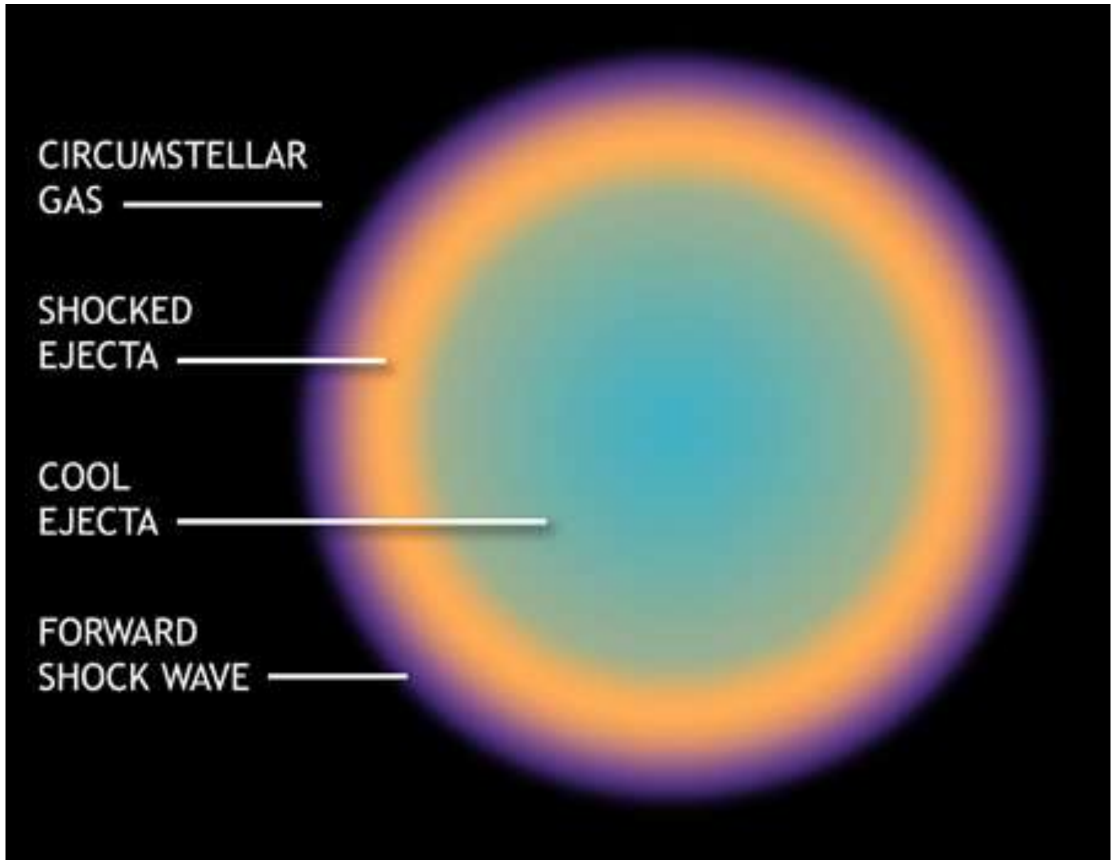
と合わせることで、半径と質量が一意に決まる。

球対称衝撃波

一次元衝撃波と爆発によって生ずる球対称衝撃波の違い

一次元衝撃波と爆発によって生ずる球対称衝撃波の違いは、基本的には定常状態か、成長する衝撃波面かどうかの違いである。

1) 爆発によって生ずる球対称衝撃波はだんだん遅くなる。
2) 衝撃波内側の圧力は無視できない。遅くなっていった場合に、後ろの圧力がシェルを押し、加速を行う。



理想的な超新星残骸の模式図。

球対称衝撃波 / 厳密解 (Sedov-Taylor解) (1)

基礎方程式

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla\vec{v} + \frac{1}{\rho}\nabla P = 0 \ : \text{運動方程式}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\left(\rho\cdot\vec{v}\right) = 0 \ : \text{連続の式}$$

$$\frac{Ds}{Dt} = \frac{\partial s}{\partial t} + \left(\vec{v}\cdot\nabla\right)s = 0 \ : \text{エネルギーの式}$$

理想気体の場合は

$$P(s,\rho) = e^{(s-s_0)/c_v}\rho^{\gamma}$$

エネルギーの式は

$$\frac{D}{Dt}\left(\ln\frac{P}{\rho^{\gamma}}\right) = 0$$

よって Euler の表示では

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{P}{\rho^{\gamma}}\right) + \vec{v}\cdot\nabla\left(\frac{P}{\rho^{\gamma}}\right) = 0 \ : \text{エネルギーの式}$$

以上の 3 つの式を球対称を仮定し極座標系に書き換える。

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} = 0 \ : \text{運動方程式}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v\frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2\rho v}{r} = 0 \ : \text{連続の式}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{P}{\rho^{\gamma}}\right) + v\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{P}{\rho^{\gamma}}\right) = 0 \ : \text{エネルギーの式}$$

厳密解はこの 3 つと、全エネルギー E_0 が保存されるという条件から解かれる。

ver.0

球対称衝撃波 / 厳密解 (Sedov-Taylor解) (2)

解は外部変数の ρ_0、E_0 と、時刻 t および r のみで決まることを考慮すると、
次数解析、Buckigham の Π 定理なるものを使うと、上記の偏微分方程式は

$$\xi \quad = \quad \left(\frac{\rho_0}{E_0}\right)^{1/5} \frac{r}{t^{2/5}} \qquad\qquad r(t) \quad = \quad \xi \left(\frac{E_0}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{2/5}$$

(単位が無次元になるように次数を合わせる)

というただ一つの無次元の変数で記述することができる。
よって、この偏微分方程式は常微分方程式に変換することができる。
この変換を相似変換と呼び、その解は相似解と呼ばれる。

衝撃波面に相当する場所の ξ を ξ_0 と書くことにして、次のように書く。

$$R(t) \quad = \quad \xi_0 \left(\frac{E_0}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{2/5}$$

ξ_0 の具体的な値はここではまだ決まらないが、完全に方程式を解いた後に超新星残骸の全エネルギーが保存する、という条件をつけて決まる

ただ一つの相似変換変数 ξ を使うことで全ての変数を書きあらわすことが可能なので、衝撃波面を示す ξ_0 に対する比として

$$\lambda \quad \equiv \quad \frac{\xi}{\xi_0} = \quad \frac{r}{R}$$

を定義する。

時刻を固定すると、λ は衝撃波面半径に対する半径の比に等しい

衝撃波面の速度 $V_\mathrm{s}(t)$ は、$R(t)$ の時間微分なので

$$V_\mathrm{s}(t) \quad = \quad \frac{dR(t)}{dt} = \frac{2}{5}\xi_0 \left(\frac{E_0}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{-3/5} \quad = \quad \frac{2}{5}\frac{R(t)}{t}$$

球対称衝撃波 / 厳密解 (Sedov-Taylor解) (3)

さかのぼって偏微分方程式を解く

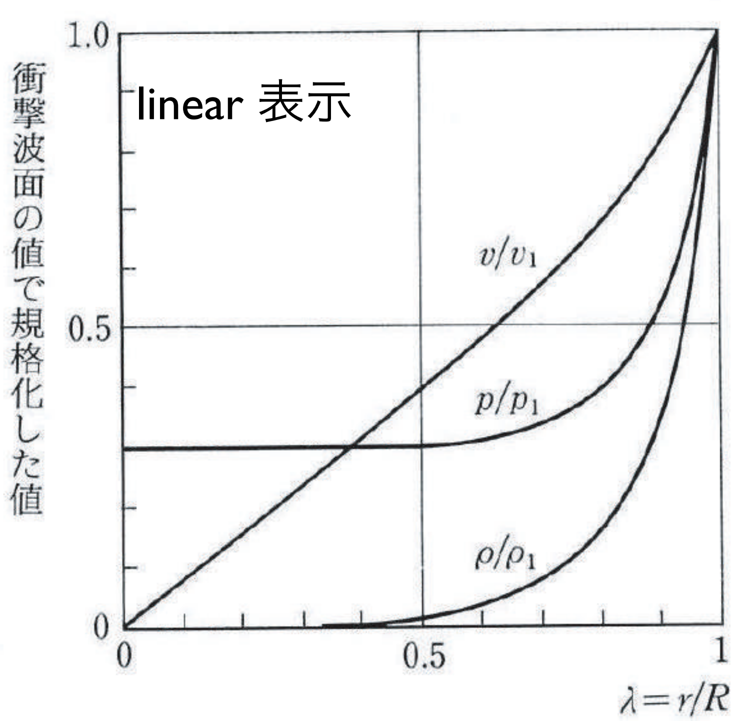
ξ という一つの変数で全て決まる、ということは λ という一つの変数で全ての変数が書けると言うことなので、$

SNR の内部構造 $v(r,t)$、$\rho(r,t)$、$P(r,t)$ は、λ を変数とする無次元の関 数 $V(\lambda)$、$\Omega(\lambda)$、$\Pi(\lambda)$ で以下のように書けると仮定する。

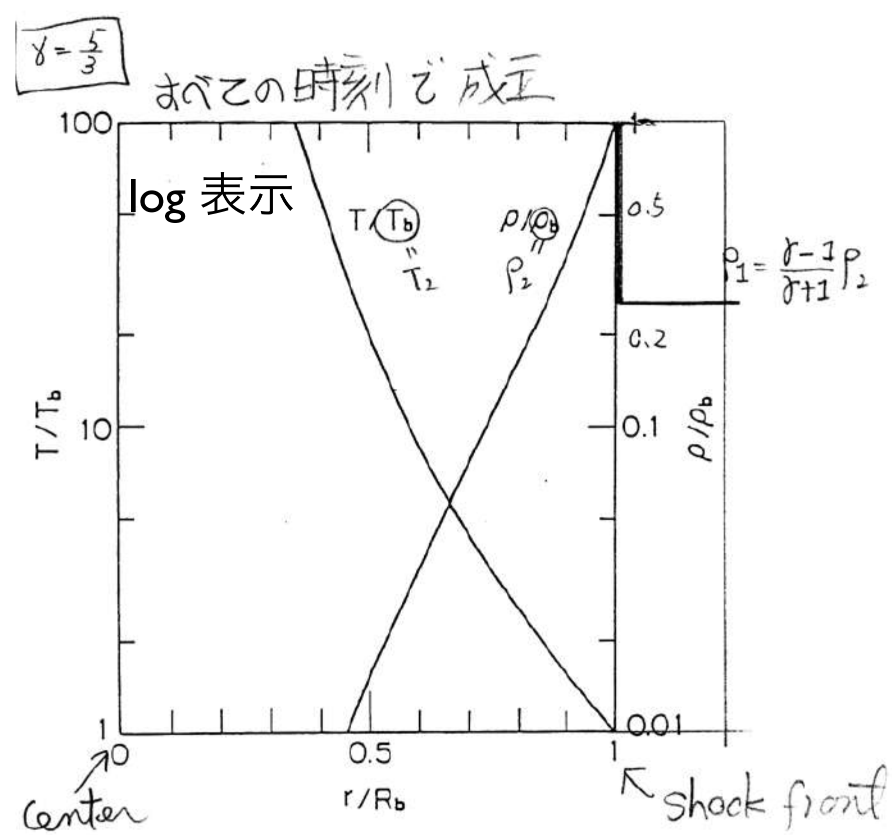
$$
\begin{aligned}
v(r,t) &\equiv \frac{r}{t}V(\lambda) \\
\rho(r,t) &\equiv \rho_0\Omega(\lambda) \\
P(r,t) &\equiv \rho_0\frac{r^2}{t^2}\Pi(\lambda)
\end{aligned}
$$

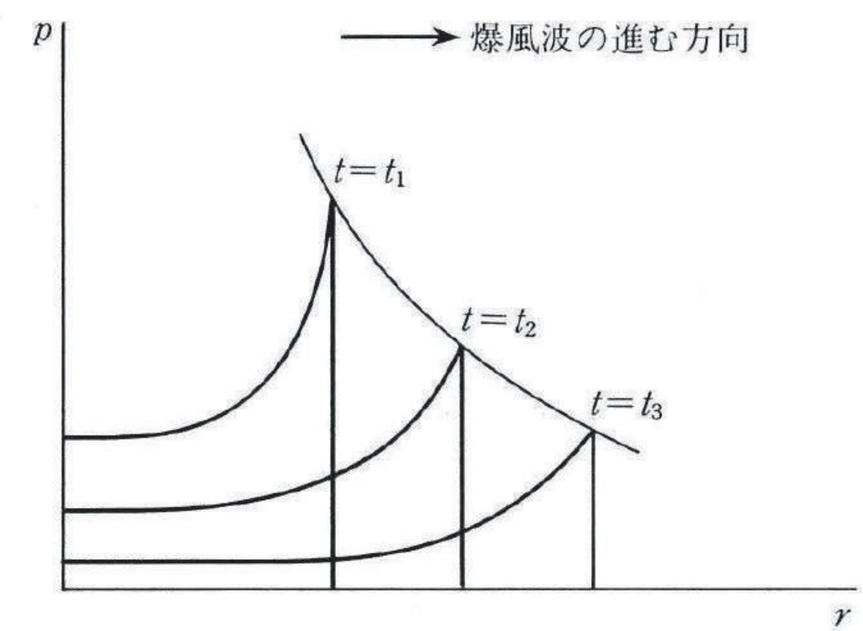
これを、球対称の偏微分方程式にいれ、λ の常微分方程式に変換され、最終的に解くことが出来る。

$\lambda = 1$ の時の比として示した $V(\lambda)$、$\Omega(\lambda)$、$\Pi(\lambda)$ について数値計算結果



相似解による爆風波内部の構造





圧力分布の時間発展

球対称衝撃波 / 厳密解 (Sedov-Taylor解) (4)

:衝撃波面の後ろの物質の密度 $\rho(R,t)$、速度 $v(R,t)$、圧力 $P(R,t)$、温度 $T(R,t)$:

$$\begin{aligned}
\rho(R,t) &= \frac{\gamma+1}{\gamma-1}\rho_0 \\
v(R,t) &= \frac{4}{5}\frac{1}{\gamma+1}\xi_0\left(\frac{E_0}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{-3/5} = \frac{2}{\gamma+1}V_{\mathrm{S}}(t) \\
P(R,t) &= \frac{8}{25}\frac{\rho_0}{\gamma+1}\xi_0^2\left(\frac{E_0}{\rho_0}\right)^{2/5} t^{-6/5} \\
T(R,t) &= \left(\frac{\mu m_{\mathrm{H}}}{k}\right)\frac{8}{25}\frac{\gamma-1}{(\gamma+1)^2}\xi_0^2\left(\frac{E_0}{\rho_0}\right)^{2/5} t^{-6/5}
\end{aligned}$$

$v(R,t)=u_2$、$V_{\mathrm{S}}(t)=u_2$ と考えると、一次元衝撃波の場合と正しく一致していることがわかる。

$\gamma=5/3$ の時

$$\begin{aligned}
R(t) &= 12.5\left(\frac{t}{10^4\mathrm{yr}}\right)^{2/5}\left(\frac{E}{10^{51}\mathrm{ergs}}\right)^{1/5}\left(\frac{n_0}{1\mathrm{cm}^{-3}}\right)^{-1/5} [\mathrm{pc}] \\
V_{\mathrm{s}}(t) &= 490\left(\frac{t}{10^4\mathrm{yr}}\right)^{-3/5}\left(\frac{E}{10^{51}\mathrm{ergs}}\right)^{1/5}\left(\frac{n_0}{1\mathrm{cm}^{-3}}\right)^{-1/5} [\mathrm{km\ sec}^{-1}] \\
T(R,t) &= 3.34\times10^6\left(\frac{t}{10^4\mathrm{yr}}\right)^{-6/5}\left(\frac{E}{10^{51}\mathrm{ergs}}\right)^{2/5}\left(\frac{n_0}{1\mathrm{cm}^{-3}}\right)^{-2/5} [\mathrm{K}]
\end{aligned}$$

γ	1.2	1.4	5/3
ξ_0	0.897	1.03	1.15
$E_{\mathrm{T}}/E_{\mathrm{K}}$	6.1	3.5	2.5

球対称衝撃波 / 簡単なモデル (1)

全エネルギー E_0 の爆発により生じた衝撃波が、密度 ρ_0、圧力 P_0 の ISM を伝わることを考える。衝撃波の速度を V_s、衝撃波面の半径を R とし衝撃波により掃き与せられたシェルの厚みを Δr とし、その中では密度は一定であり (これは厳密には正しくない)ρ_1 とする。シェルの質量を M、速度を v_1、圧力を P_1 とする。さらにシェルの内側領域の圧力を P_E とする。

　得られる全ての物理量は時刻 t、ISM の密度と圧力 ρ、P_0 と爆発のエネルギー E_0 の 4 つのみで決まる。3 つの式である Rankine=Hugoniot では不十分で、さらに 4 つ目の式である全エネルギー保存、という条件を使うことになる。これは Sedov 解の場合も全く同じ。

Rankine=Hugoniot の関係は次のように書き換えられる。

$$\rho_1 = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}\rho_0$$

$$P_1 = \frac{2}{\gamma+1}\rho_0 V_\mathrm{s}^2$$

$$v_1 = \frac{2}{\gamma+1}V_\mathrm{s}$$

衝撃波により半径 R に元々あった ISM が掃き与せられ、シェルを形成するので

$$M = \frac{4\pi}{3}R^3\rho_0 = 4\pi R^2\Delta r\rho_1$$

$$\Delta r = \frac{R(\gamma-1)}{3(\gamma+1)}$$

$\gamma = 5/3$ では、$\Delta r/R = 1/12$ であり R に対して十分薄い。

衝撃波は、最初、爆発物質が超高温プラズマとなり、これの持つ非常に高い圧力がその外側の物質を後ろから押すことにより生ずる。

シェルに関する運動方程式

$$\frac{d}{dt}(Mv_1) = 4\pi R^2 P_\mathrm{E} = 4\pi R^2\alpha P_1$$

α は $P_\mathrm{E} = \alpha P_1$ の定数であり、実際の値は後で決まる。

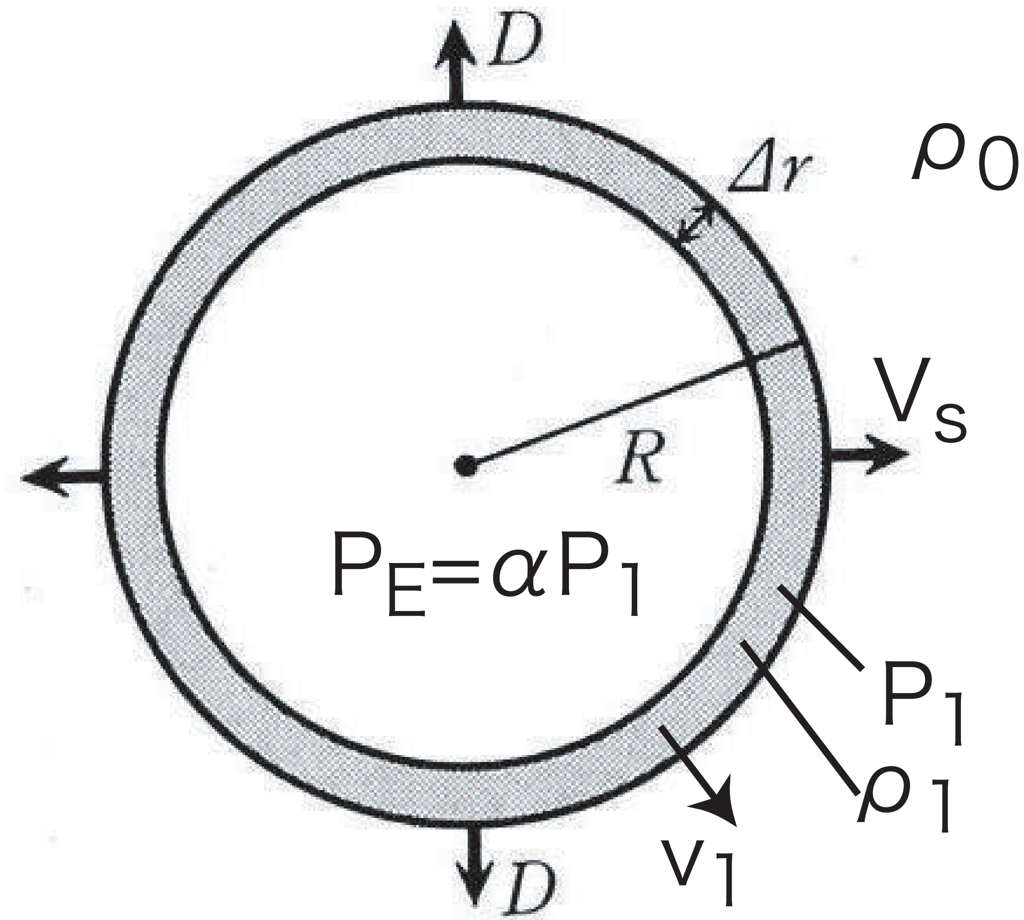


図 10.7: シェルの厚みを考慮した SNR の簡単なモデル

球対称衝撃波 / 簡単なモデル (2)

Rankine=Hugoniot の関係を使い、v_1、P_1 を ρ_0、$V_{\rm s}$ で表し、上記の式を変形をして行くと、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(Mv_1) &= 4\pi R^2 \alpha P_1 \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{4\pi}{3}R^3\rho_0 \cdot \frac{2}{\gamma+1}V_{\rm s}\right) &= 4\pi R^2 \alpha \frac{2}{\gamma+1}\rho_0 V_{\rm s}^2 \\ \frac{d}{dt}(R^3 V_{\rm s}) &= 3\alpha R^2 V_{\rm s}^2 \end{aligned}$$

$V_{\rm s} = dR/dt$ であることに注意して変形し、微分方程式を解くと

$$V_{\rm s} \;=\; AR^{-3(1-\alpha)} \qquad \alpha \text{ と } A \text{ は、エネルギー保存則により決まる。}$$

シェルの運動エネルギーと、シェルの内部エネルギー、SNR の内部の高温で低密度の部分の内部エネルギーをそれぞれ $E_{\rm K}$、$E_{\rm T1}$、$E_{\rm T2}$ とすると、

$$\begin{aligned} E_{\rm K} &= \frac{1}{2}Mv_1^2 = \frac{1}{2}\frac{4\pi}{3}\rho_0 R^3 \frac{4}{(\gamma+1)^2}V_s^2 \\ E_{\rm T1} &= \frac{P_1}{\gamma-1}4\pi R^2 \Delta r = \frac{2}{(\gamma+1)^2}\rho_0 V_s^2 \frac{4\pi R^3}{3} \\ E_{\rm T2} &= \frac{\alpha P_1}{\gamma-1}\frac{4\pi}{3}R^3 \end{aligned}$$

全エネルギー E_0 は

$$E_0 = E_{\rm T2} + E_{\rm K} + E_{\rm T1} = \frac{4\pi}{3}\rho_0 A^2 \left[\frac{2\alpha}{\gamma^2-1} + \frac{2}{(\gamma+1)^2} + \frac{2}{(\gamma+1)^2}\right] R^{3(2\alpha-1)}$$

これはコンスタントにならなければならないので、その結果 α と A が次のように決まる。

$$\begin{aligned} \alpha &= 1/2 \\ A &= \left(\frac{3}{4\pi}\frac{(\gamma-1)(\gamma+1)^2}{(5\gamma-3)}\right)^{1/2}\left(\frac{E_0}{\rho_0}\right)^{1/2} \end{aligned}$$

以下のように $V_{\rm s}$ R が以下のように求まる。

$$V_{\rm s} = AR^{-3/2} \qquad R = \xi_3 \left(\frac{E_0}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{2/5} \qquad \xi_3 = \left(\frac{75(\gamma-1)(\gamma+1)^2}{16\pi(5\gamma-3)}\right)^{1/5}$$

上に示した書き直した Rankine=Hugoniot の関係に代入することで、圧力 P_1、v_1 も決まる。

超新星残骸の進化

超新星残骸は 1) 自由膨張段階、2) Sedov 段階、3) 放射冷却段階、4) 圧力駆動雪かき段階、5) 運動量保存雪かき段階、を経る。

1) 自由膨張段階

超新星を起こした星の ejecta 質量 $M_{\rm ejecta}$ と、はき寄せられた ISM の質量 $M_{\rm swept}$ を比較し、$M_{\rm ejecta} > M_{\rm swept}$ である期間。密度 n_0 で爆発した超新星残骸が、次の Sedov 段階に入る時刻と半径を t_F、R_F とすると、$V_{ej} = 10^4{\rm km/s}$ の場合

$$t_F = 2 \times 10^2 \left(\frac{M_{ej}}{M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{n_0}{1{\rm cm}^{-3}}\right)^{-1/3} {\rm yr} \qquad R_F = 2 \left(\frac{M_{ej}}{M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{n_0}{1{\rm cm}^{-3}}\right)^{-1/3} {\rm pc}$$

つまり $\sim 10^2$yr 程度で次の段階へはいる。

2) Sedov 段階

$M_{\rm ejecta} < M_{\rm swept}$ の期間。

放射冷却は効かず，温度が断熱的に減少する.

$$t_r = 2.7 \times 10^4 \left(\frac{E_{51}}{n_0}\right)^{15/14} n_0^{-5/14} {\rm yr}$$ で次の段階へはいる。

3) 放射冷却段階

密度の高いシェルの温度の断熱膨張による減少よりも、放射による冷却が効く時代。

膨張速度が ISM の固有運動である ~ 10km/s に近付くと次の段階に入る。

4) 圧力駆動雪かき段階

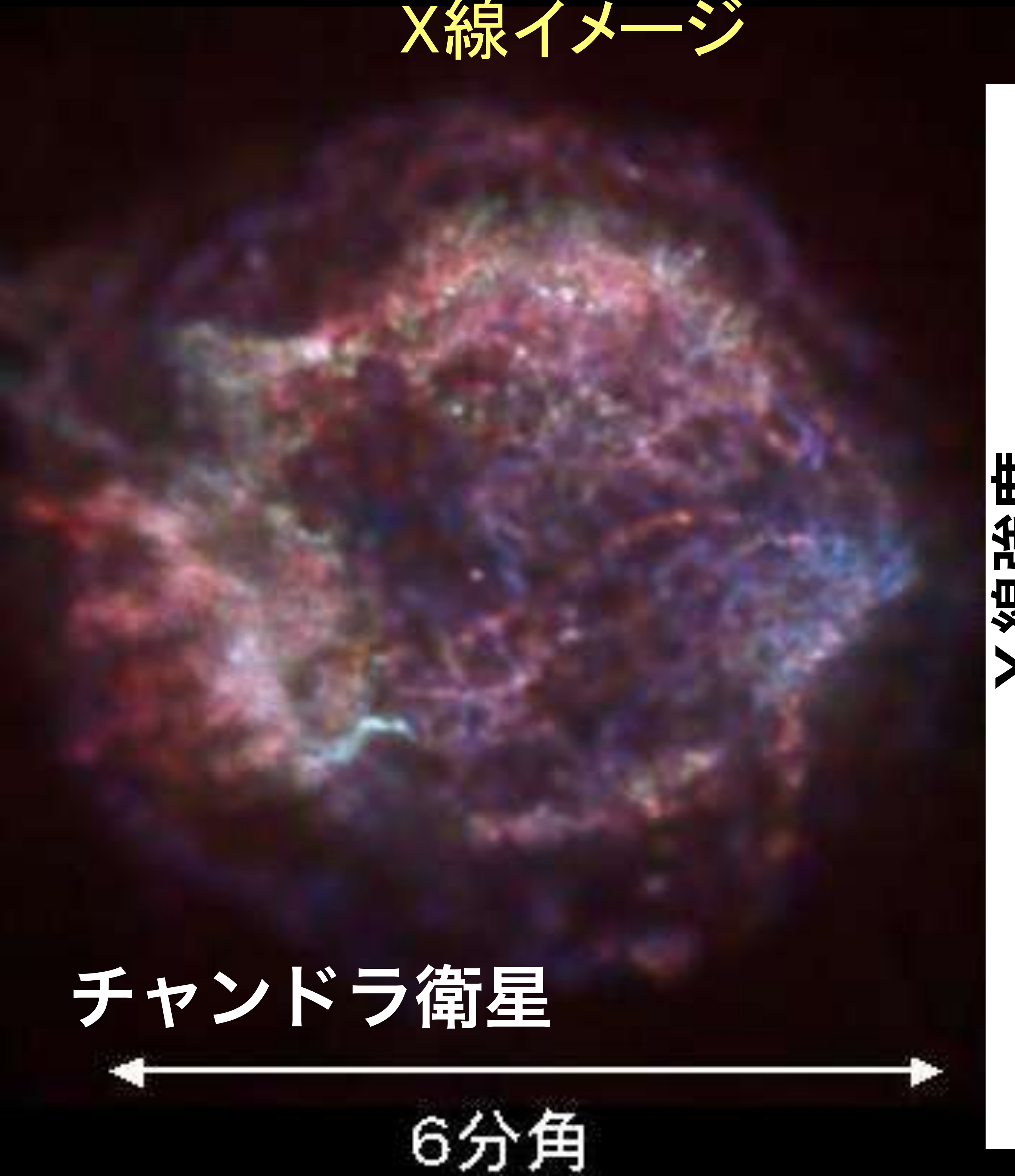
放射により密度の高いシェルは既に冷えているが、より内部の密度が低い領域は、
まだ温度が高く圧力が高い。よって、その圧力により外側を押しながら膨張する段階。

5) 運動量保存雪かき段階

シェルに残った運動量により膨張する段階。

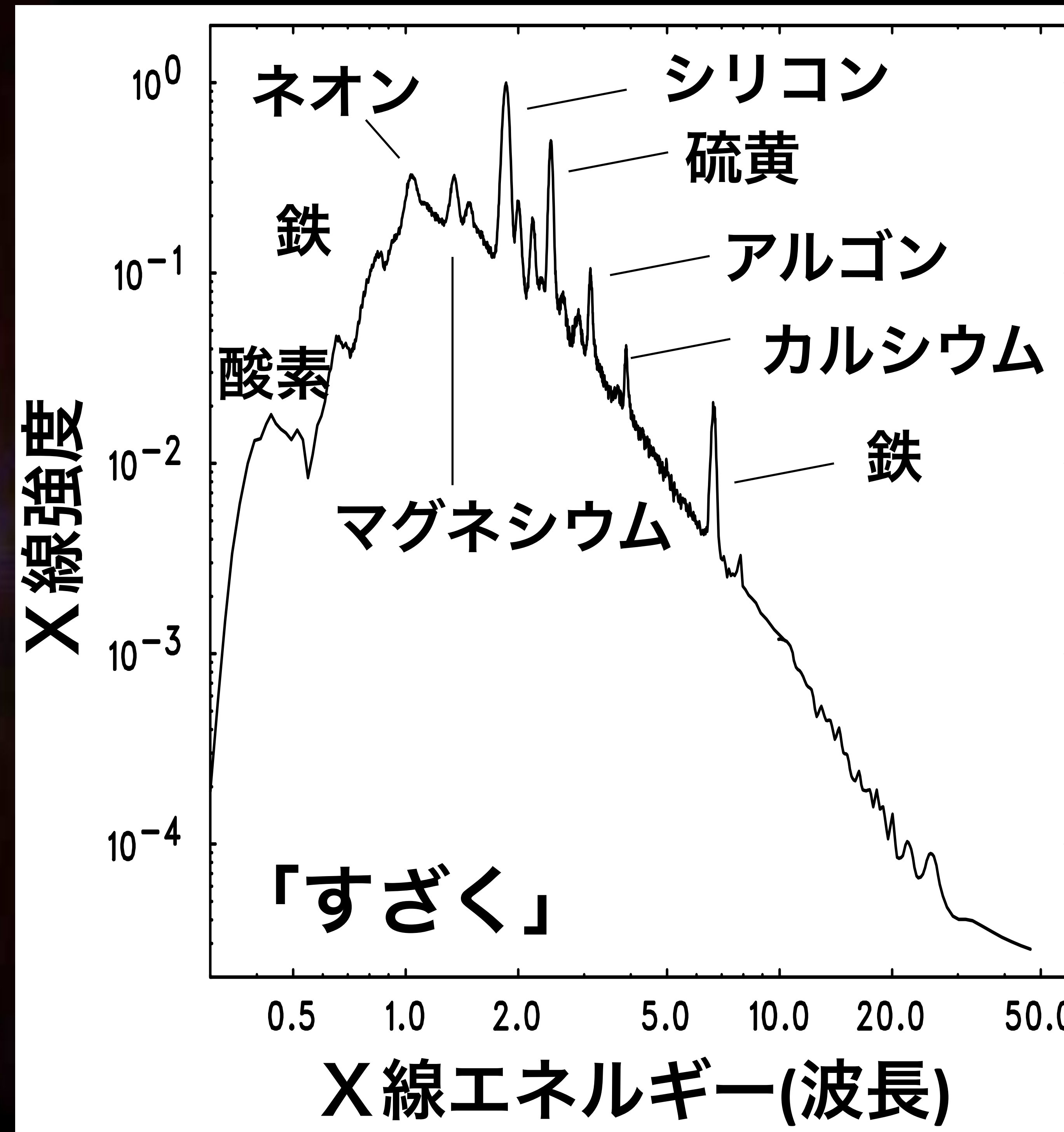
現実に観測される超新星残骸

X線イメージ



http://chandra.harvard.edu/photo/

X線スペクトル



http://www.astro.isas.jaxa.jp/suzaku/

ver.0

Sedovフェーズの超新星残骸のパラメーター

SNR までの距離が分かっている場合、スペクトル、イメージング観測から直接求まるのは、
SNR の半径 R、温度 T_1、Emission Measure $n_1^2 V$ である。 n_1 は、超新星残骸の中での密度

Emission Measure から密度を知るためには光っている領域の体積が必要で、精密なイメージング観測が可能であれば体積を求めるのは不可能ではないが、ここではそこまでは無理だと考える。また、温度も全体が決まっているだけとする。

セドフの厳密解と簡単なモデルの両方をミックスした形でパラメータを求める。
セドフの厳密解から、

$$\begin{aligned} R &= 12.5 \left(\frac{t}{10^4 \mathrm{yr}}\right)^{2/5} \left(\frac{E}{10^{51}\mathrm{ergs}}\right)^{1/5} \left(\frac{n_0}{1\mathrm{cm}^{-3}}\right)^{-1/5} [\mathrm{pc}] \\ T_1 &= 3.34 \times 10^6 \left(\frac{t}{10^4 \mathrm{yr}}\right)^{-6/5} \left(\frac{E}{10^{51}\mathrm{ergs}}\right)^{2/5} \left(\frac{n_0}{1\mathrm{cm}^{-3}}\right)^{-2/5} [\mathrm{K}] \end{aligned}$$

簡単なモデルから、球殻の厚みが $\gamma = 5/3$ では、$\Delta r/R = 1/12$ であることを利用し、

$$EM = (n_1^2 V) = n_1^2 \left(4\pi R^2 \frac{R}{12}\right)$$

強い衝撃波であるから

$$n_1 = 4n_0$$

この内、観測的に決められるのが EM、R、T である。よって、未知数は n_0、n_1、t、E であり、
式は 4 つなので完全に求めることができる。

距離が不定の場合は、超新星爆発のエネルギーは 10^{51}(ergs) と仮定して、距離 D を含む他のパラメータを求めることが良く行なわれる。